

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Райхерт Татьяна Николаевна
Должность: Директор
Дата подписания: 05.03.2023 11:20:03
Уникальный программный ключ:
c914df807d771447164c08ee17f8e2f93dde816b

Министерство просвещения Российской Федерации
Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал)
федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики
Кафедра естественных наук и физико-математического образования



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.О.04.01 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Уровень высшего образования
Направление подготовки

Бакалавриат
09.03.03 Прикладная информатика

Профиль

«Прикладная информатика в управлении
ИТ-проектами»

Форма обучения

Очная, заочная

Нижний Тагил
2020

Рабочая программа дисциплины «Высшая математика». Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», Нижний Тагил, 2019. – 26 с.

Настоящая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

Автор: кандидат педагогических наук, Т. Ю. Паршина
доцент кафедры ЕНФМ

Рецензент: кандидат педагогических наук, Е. В. Вязовова
доцент кафедры ЕНФМ

Программа одобрена на заседании кафедры ЕНФМ. Протокол от 10.04.2020 г. № 7.

Заведующий кафедрой О. В. Полявина

Программа рекомендована к печати методической комиссией факультета естествознания, математики и информатики 30 апреля 2020 г., протокол №8.

Председатель МК ФЕМИ Н. З. Касимова

Программа рассмотрена и утверждена на заседании Ученого совета факультета естествознания, математики и информатики 30 апреля 2020 г., протокол №8.

Декан ФЕМИ Т. В. Жуйкова

Главный специалист ОИР О. В. Левинских

© Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», 2020.
© Паршина Тамара Юрьевна, 2020.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Результаты освоения дисциплины.....	4
4. Структура и содержание дисциплины.....	5
4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы.....	5
4.2. Учебно-тематический план	6
4.3. Содержание дисциплины.....	8
5. Образовательные технологии.....	9
6. Учебно-методические материалы.....	10
6.1. Организация самостоятельной работы студентов	10
6.2. Организация текущего контроля и промежуточной аттестации	19
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение.....	25
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	26

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины: формирование и развитие обще-профессиональных компетенций у студентов на основе изучения основ высшей математики.

Задачи:

1. Сформировать у студентов представления об основных понятиях высшей математики.
2. Сформировать у студентов представление об областях применения изучаемых понятий.
3. Сформировать у студентов умение производить необходимые вычислительные операции с изучаемыми понятиями.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Высшая математика» является частью учебного плана по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, профиль «Прикладная информатика в управлении IT-проектами». Дисциплина Б1.О.04.01 «Высшая математика» включена в Блок Б.1 «Дисциплины (модули)» и является составной частью раздела Б1.О. «Обязательная часть», Б1.О.04 «Математический модуль». Дисциплина реализуется в НТГСПИ на кафедре естественных наук и физико-математического образования.

Данная дисциплина логически связана с дисциплинами математического модуля – Теория вероятностей и математическая статистика, дискретная математика, которые изучаются на первом – втором курсах.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина направлена на формирование и развитие следующих компетенций:

Таблица № 1

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1. Знает основные источники и методы поиска информации, необходимой для решения поставленных задач
	ИУК 1.2. Умеет осуществлять поиск информации для решения поставленных задач, применять методы критического анализа и синтеза информации
	ИУК 1.3. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки; отличает факты от мнений, интерпретаций и оценок; применяет методы системного подхода для решения поставленных задач
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.
	ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.
	ОПК-1.3. Организует исследование объектов профессиональной деятельности
ОПК-6 Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	ОПК-6.1. Знает основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования.
	ОПК-6.2. Умеет применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений, анализа информационных потоков,

	расчета экономической эффективности и надежности информационных систем и технологий.
	ОПК-6.3. Проводит инженерные расчеты основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

31. Определитель квадратной матрицы, его свойства и приложения.

32. Виды и свойства матриц, системы линейных уравнений, векторы и операции над ними.

33. Кривые и поверхности второго порядка.

34. Методы дифференциального и интегрального исчисления.

35. Методы решения дифференциальных уравнений первого и второго порядка.

36. Ряды и их сходимость, разложение элементарных функций в ряд.

Уметь:

У1. Применять аппарат линейной алгебры и аналитической геометрии для решения стандартных задач.

У2. Строить кривые и поверхности второго порядка.

У3. Исследовать функции и строить их графики.

У4. Решать дифференциальные уравнения.

У5. Исследовать ряды на сходимость.

У6. Разлагать в степенные ряды элементарные функции.

Владеть навыками:

В1. Решения типичных задач высшей математики.

В2. Тожественных преобразований и вычислительных действий.

В3. Приёмами анализа информации, представленной в задаче, и построения математической модели для решения задачи.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачётных единицы (324 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице № 1.

Таблица № 2

Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Вид работы	Форма обучения
	Очная
	1-3 семестры
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	324
Контактная работа, в том числе:	114
Лекции	42
Практические занятия	72
Самостоятельная работа, в том числе:	156
Изучение теоретического курса	132
Самоподготовка к текущему контролю знаний	24
Подготовка к зачёту, экзаменам	54

Таблица № 3

Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ и семестрам

Вид работы	семестр		
	1	2	3
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	108	108	108

Контактная работа, в том числе:	38	38	38
Лекции	14	14	14
Практические занятия	24	24	24
Самостоятельная работа, в том числе:	61	61	34
Изучение теоретического курса	53	53	26
Самоподготовка к текущему контролю знаний	8	8	8
Подготовка к зачётам, экзаменам	9 зачёт	9 зачёт с оценкой	36 экзамен

Таблица № 4

4.2. Учебно-тематический план дисциплины

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контактная работа		Сам. работа	Формы текущего контроля успеваемости
		Лекции	Практич. занятия		
1 курс, 1 семестр					
Тема 1. Элементы векторной и линейной алгебры.	62	10	16	36	
Матрицы и определители II и III порядка. Правило Крамера.	20	2	6	12	Опрос по теории, решение задач у доски, контрольная работа
Обратная матрица. Критерий совместности. Метод Гаусса	22	4	6	12	Разбор задач, контрольная работа
Векторы. Скалярное, векторное и смешанное произведение	20	4	4	12	Опрос по теории, решение задач у доски
Тема 2. Элементы аналитической геометрии	37	4	8	25	Опрос по теории, решение задач у доски
Прямая на плоскости и в пространстве	18	2	4	12	Опрос по теории, решение задач у доски
Кривые II порядка. Поверхности II порядка	19	2	4	13	Решение задач у доски
Подготовка к зачёту	9			9	
Всего за семестр	108	14	24	70	
1 курс, 2 семестр					
Тема 3. Введение в анализ	36	6	10	20	
Множества. Функции. Обзор элементарных функций	6	-	2	4	Домашняя контрольная работа
Предел функции. Теорема о пределах.	8	2	2	4	Разбор задач, контрольная работа
Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно-малые	14	2	4	8	Разбор задач, контрольная работа, опрос по теории
Непрерывность. Свойства функций, непрерывных на сегменте.	8	2	2	4	Разбор задач у доски
Тема 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	32	4	8	20	
Производные элементарных функций.	12	2	2	8	Зачёт по формулам, контрольная работа

Геометрический, физический смысл производной					
Правила дифференцирования. Производные и дифференциалы высших порядков	8	-	2	6	Разбор задач, контрольная работа, опрос по теории
Основные теоремы дифференциального исчисления. Исследование функции с помощью производной	12	2	4	6	Домашняя контрольная работа
Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной	31	4	6	21	
Неопределенный интеграл. Методы интегрирования	16	2	4	10	Зачёт по формулам, контрольная работа
Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла	15	2	2	11	Зачёт по формулам, контрольная работа
Подготовка к зачёту	9			9	
Всего за семестр	108	14	24	70	
2 курс, 3 семестр					
Тема 6. Дифференциальные уравнения	26	4	10	12	
Дифференциальные уравнения I порядка. Основные понятия	12	2	4	6	Опрос по теории, разбор задач у доски
Комплексные числа	4	-	2	2	
Линейные однородные и неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами	10	2	4	4	Опрос по теории, разбор задач у доски, контрольная работа
Тема 7. Функции нескольких переменных.	26	6	8	12	
Частные производные. Полный дифференциал.	10	2	4	4	Опрос по теории, разбор задач у доски
Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в замкнутой области	8	2	2	4	Опрос по теории, разбор задач у доски
Двойной интеграл и его применение	8	2	2	4	Решение задач у доски
Тема 8. Ряды.	20	4	6	10	
Числовые ряды	12	2	4	6	Решение задач у доски, мини-зачёт по теоремам
Степенные ряды	8	2	2	4	Решение задач у доски, мини-зачёт по теоремам
Подготовка к экзамену	36			36	
Всего за семестр	108	14	24	70	
Всего по дисциплине	324	42	72	210	

4.3. Содержание дисциплины

Лекционный курс (4 часа)

Лекция 1. Матрицы и определители II и III порядка. Правило Крамера. (2 часа)

Матрицы и определители второго и третьего порядка. Вычисление. Системы двух и трех линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными и их решение по правилу Крамера. Матрицы и действия над ними. Определители, свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения.

Лекция 2-3. Обратная матрица. Критерий совместности. Метод Гаусса (4 часа)

Обратная матрица. Правило вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы, правило вычисления ранга. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Критерий совместности систем линейных уравнений.

Лекция 4-5. Векторы. Скалярное, векторное и смешанное произведение (4 часа)

Действия над векторами. Проекция вектора на оси координат. разложение вектора по координатным осям. Длина вектора. Скалярное произведение 2-х векторов. Условие параллельности и перпендикулярности векторов. Угол между векторами. Векторное произведение двух векторов. Вычисление площади треугольника и параллелограмма. Смешанное произведение трех векторов. Вычисление объема параллелепипеда и пирамиды.

Лекция 6. Прямая на плоскости и в пространстве (2 часа)

Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой, проходящей через данную точку с данным угловым коэффициентом. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Деление отрезка в данном отношении. Уравнение плоскости в пространстве. Уравнение прямой в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей.

Лекция 7. Кривые II порядка. Поверхности II порядка (2 часа)

Кривые второго порядка. Определение кривой второго порядка. Вывод канонических уравнений окружности, эллипса, гиперболы, параболы. Построение кривых в полярной системе координат. Поверхности второго порядка.

Лекция 8. Предел функции. Теорема о пределах. (2 часа)

Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Предел функции в точке. Различные пределы функций. Бесконечно-малые и бесконечно-большие величины и их свойства. Теоремы о пределах.

Лекция 9. Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно-малые. (2 часа)

Первый и второй замечательные пределы, сравнение бесконечно-малых величин. Эквивалентные бесконечно-малые. Следствия из первого и второго замечательного предела.

Лекция 10. Непрерывность. Свойства функций, непрерывных на сегменте. (2 часа)

Непрерывность функции в точке. Разные определения. Точки разрыва и их классификация. Действия над непрерывными функциями. Свойства функций, непрерывных на сегменте.

Лекция 11. Производные элементарных функций. Геометрический, физический смысл производной. (2 часа)

Производная функции. Геометрический и физический смысл производной. Вывод производных элементарных функций. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Лекция 12. Основные теоремы дифференциального исчисления. (2 часа)

Основные теоремы дифференциального исчисления. Теоремы Ролля, Ферма, Лагранжа, Коши. Формулы Тейлора и Маклорена. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. Асимптоты. Асимптоты графика функции, типы асимптот, правила нахождения. Исследование функций с помощью производной. Признаки монотонности функций, экстремумы функций, выпуклость. Точки перегиба.

Лекция 13. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования. (2 часа)

Понятие первообразной, неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования. Интегрирование по частям, интегрирование методом замены переменной. Интегрирование тригонометрических выражений, рациональных дробей, иррациональных выражений.

Лекция 14. Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла. (2 часа)

Определенный интеграл. Задачи, приводящие к определенному интегралу. Основные свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственный интеграл. Геометрическое приложение определенного интеграла. Вычисление площади плоской фигуры, объемов тел вращения. Длина дуги и площади поверхности тела вращения.

Лекция 15. Дифференциальные уравнения I порядка. Основные понятия. (2 часа)

Обыкновенные дифференциальные уравнения I порядка. Задача Коши. Основные понятия. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные.

Лекция 16. Линейные однородные и неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. (2 часа)

Дифференциальные уравнения II порядка и высших порядков. Общие понятия. Понятие о комплексных числах. Однородные и неоднородные линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.

Лекция 17. Частные производные. Полный дифференциал. (2 часа)

Понятие функции нескольких переменных (2^x , 3^x), области определения, графика функции 2^x переменных. Частные производные, полный дифференциал. Экстремум функции двух независимых переменных.

Лекция 18. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в замкнутой области. (2 часа)

Точки экстремума функции двух переменных, достаточное условие экстремума. Существование наибольшего и наименьшего значения функции двух переменных в замкнутой области.

Лекция 19. Двойной интеграл и его применение. (2 часа)

Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла.

Лекция 20. Числовые ряды. (2 часа)

Понятие числового ряда. Сходимость ряда и его сумма. Свойства числовых сходящихся рядов. Признаки сходимости рядов. Признаки сравнения: Даламбера, Коши, интегральный признак Коши. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Теорема Лейбница. Свойство остатка знакопеременного ряда.

Лекция 21. Степенные ряды. (2 часа)

Функциональные ряды. Степенные ряды, радиус и интеграл сходимости. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Применение рядов в приближенных вычислениях.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Процесс обучения дисциплине «Высшая математика» рекомендуется строить с опорой на традиционный подход, при котором на лекционных занятиях закладываются основы теоретических знаний по дисциплине, а на практических занятиях ведется работа по усвоению теории и приобретению практических умений и навыков решения типичных задач.

С целью формирования у студентов компетенций, предусмотренных программой, следует применять следующие технологии:

- практикум с использованием практико-ориентированных задач;
- технологию деятельностного подхода;
- обучение в сотрудничестве.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

6.1. Организация самостоятельной работы студентов

Тема 1. Элементы векторной и линейной алгебры.

Задание:

1. Перемножить матрицы:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$b) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$c) \begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действия:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad b) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}^2;$$

3. Как изменится матрица $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, если её умножить слева на одну из

матриц $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$? Тот же вопрос для умножения справа.

4. Вычислить:

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 8 \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 6 \end{vmatrix}.$$

5. Вычислить определители, сведением матриц к треугольному виду:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & 0 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & 0 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \\ 1 & -2 & 10 & 4 \\ -2 & 9 & -8 & -13 \end{vmatrix};$$

6. Разложить следующие определители:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 2 & 2 & 1 & b \\ 3 & 2 & 1 & c \\ 1 & 2 & 3 & d \end{vmatrix} \text{ по элементам четвёртого столбца;}$$

$$b) \begin{vmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ b & 0 & 1 & 1 \\ c & 1 & 0 & 1 \\ d & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \text{ по элементам первого столбца;}$$

7. Обратить матрицу:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 4 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

8. Решить системы по правилу Крамера:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 11; \\ 4x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 24 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = -1; \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 5x_4 = -12 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = -13 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

9. Записать систему линейных уравнений в форме матричного уравнения и решить.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 4 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 - 3x_2 - x_3 - 6x_4 = -6 \end{cases}.$$

10. Опираясь на теорему Кронекера – Капелли, показать, что система

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \end{cases} \text{ не имеет решений.}$$

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Высшая математика для экономистов: практикум для студентов вузов, обучающимся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер и др.; под ред. проф Н. Ш. Кремера – М. : ЮНИТА-ДАНА, 2010. – 479 с.

2. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.

Тема 2. Элементы аналитической геометрии

Задание:

1. Повторить действия над векторами, координаты вектора.
 2. Повторить скалярное произведение векторов, его свойства, как определяется проекция вектора, как найти угол между векторами.
 3. Векторное произведение векторов и его свойства.
 4. Смешанное произведение векторов и его свойства.
 5. Различные виды записи уравнения прямой на плоскости, смысл входящих в них коэффициентов.
 6. Способы нахождения угла между прямыми.
 7. Виды кривых второго порядка, их характеристики и графики.
 8. Различные виды записи уравнения прямой и плоскости в пространстве, смысл входящих в них коэффициентов.
 9. Способы определения взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве.
 10. Виды поверхностей второго порядка, их характеристики и графики.
- Решить задачи из пособий [1], [3].

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Высшая математика для экономистов: практикум для студентов вузов, обучающимся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер и др.; под ред. проф Н. Ш. Кремера – М. : ЮНИТА-ДАНА, 2010. – 479 с.

2. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.

Тема 3. Введение в анализ

Задание. Повторить основные вопросы теории:

1. Теоремы, выражающие арифметические действия над пределами.
2. Первый и второй замечательные пределы.
3. Следствия из первого и второго замечательного предела.
4. Все определения функции непрерывной в точке.
5. Классификация точек разрыва.
6. Свойства функций, непрерывных в точке.

Решить задачи.

1. Вычислить следующие пределы:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 5x}) = -\frac{5}{2}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^{n+1}}{2^n + 3^n} = 3; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} \cdot \cos x}{x^2 + 1} = 0.$$

2. Используя первый и второй замечательные пределы, вычислить:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right)}{2 \sin x - \sqrt{3}} = -1; \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5+x} - 2}{\sin \pi x} = -\frac{1}{12\pi};$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x} = -\frac{5}{3}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x} = e; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1-2x} = e^{-2}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x}\right)^x = e^{-3};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x-4} = e^4; \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^{2 \sec x} = e^2; \quad \lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\sec \frac{\pi x}{2}} = e^{\frac{2}{\pi}}.$$

3. Функция $y = F(x)$ не определена в точке $x = 0$. Определить $F(0)$ так, чтобы $F(x)$ была непрерывна в точке $x = 0$:

$$F(x) = \frac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{x}; \quad F(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}.$$

4. Определить точки разрыва функции и их характер: $y = 1 - e^{-\frac{1}{x^2}}$; $y = x + \frac{2}{1 + 2^{\frac{1}{2-x}}}$.

5. Исследовать функцию на непрерывность, сделать схематический чертёж:

$$y = \frac{1}{x+2}; \quad y = \begin{cases} 2, & x \leq -2 \\ 2 - x^2; & -2 < x < 0 \\ 2 + x; & 0 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2-x}; & x \geq 2 \end{cases} \quad y = \begin{cases} \frac{1}{x+4}; & x < -3 \\ x^2; & -3 < x < 0. \\ 1; & x = 0 \\ x; & x > 0 \end{cases}$$

6. Доказать, что уравнение $x^3 - 3x - 1 = 0$ имеет корень на промежутке $[-1; 0]$.

7. Будет ли ограниченной функция $y = 5^x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1}$ на отрезке $[0; 10]$.

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Высшая математика для экономистов: практикум для студентов вузов, обучающимся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер и др.; под ред. проф. Н. Ш. Кремера – М. : ЮНИТА-ДАНА, 2010. – 479 с.

2. Лунгу, К. Н., Письменный Д. Т., Федин С. Н., Шевченко Ю. А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс : Наука, 2008 – 576 с.

3. Элементарная математика в помощь высшей [Электронный ресурс] : учебное пособие / . — Электрон. текстовые данные. — Омск: Омский государственный

Тема 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Задание. Повторить основные вопросы теории:

1. Определение производной. Задачи, приводящие к понятию производной, геометрического и физического содержания.
2. Производные элементарных функций.
3. Производная суммы, произведения, частного, сложной функции.
4. Уравнение касательной и нормали к кривой, угол между кривыми.
5. Дифференцирование показательной-степенной функции.
6. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.
7. Определение, понятие и формула дифференциала первого порядка.
8. Формула для применения дифференциала в приближённых вычислениях.
9. Определение производных и дифференциалов высших порядков. Формулы для их вычисления.
10. Правило Лопиталя.
11. Непределённости, раскрываемые по правилу Лопиталя, и способы их раскрытия.
12. Общая схема исследования функций с помощью первой и второй производной.
13. Асимптоты.

Решить задачи.

1. Точка движется по закону $S(t) = \frac{t^4 - 4t^3 + 2t^2 - 12t}{4}$. В какой момент времени точка остановится?
2. Найти угловой коэффициент секущей к параболе $y = 2x - x^2$, если абсциссы точек пересечения равны $x_1 = 1$, $x_2 = 2$.
3. Какова средняя скорость изменения функции $y = x^3$ на промежутке $1 \leq x \leq 4$?
4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой $y = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$ в точке $(-2; 5)$.
5. Точка движется по гиперболе $y = \frac{10}{x}$ так, что её абсцисса x растёт равномерно со скоростью 1 единиц в секунду. С какой скоростью изменяется её ордината, когда точка проходит положение $(5; 2)$?
6. Под каким углом пересекаются кривые $y = (x - 2)^2$ и $y = -4 - 6x - x^2$?
7. Длина вертикально стоящей лестницы 5 м. Нижний конец лестницы начинает отодвигаться от стены с постоянной скоростью 2 м/с. С какой скоростью опускается в момент времени t верхний конец лестницы? Чему равно ускорение в момент времени t ?
8. Составить уравнения касательных к гиперболе $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{7} = 1$ перпендикулярно прямой $2x + 4y - 3 = 0$.
9. Найти производные функций, заданных явно:
 $y = \operatorname{tg} \frac{x+1}{2}$; $y = 3 \cos^3 x$; $y = \log_2 \left(\sin^2 \frac{1}{x} + 1 \right)$; $y = x \cdot e^{x^2}$; $y = \frac{\ln x}{x^3}$;
 $y = \sin^3 4x - \cos^2 \operatorname{ctg} 3x$; $y = 3^{\cos \sqrt{\arctg e^{\frac{x}{3}}}}$; $y = -\frac{1}{6(1 - 3 \cos x)^2}$; $y = \ln \left(x + \sqrt{1 + x^2} \right)$;

$$y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x; \quad y = (\operatorname{arctg} x)^x.$$

10. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t); \\ y = a(\sin t - t \cos t); \end{cases} \quad \begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases}.$$

11. Найти производную функции, заданной неявно $\operatorname{tg} y = xy$.

12. Найти производные и дифференциалы первого и второго порядка:

$$y = \sin x - x \cos x; \quad y = x^2 \cdot e^{-x}; \quad y = \frac{\ln x}{x}.$$

13. Вычислить приближённо: $\operatorname{tg} 44^\circ$, $\ln 0,9$, $(3,998)^4$.

14. Найти производные следующих функций: $xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$; $\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$,

$$\begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}, \quad y = (\sqrt{x})^{\sin \frac{x}{2}}, \quad y = 2^{\arcsin \sqrt{x^2-1}}; \quad y = x \cdot \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{x^2+1}.$$

15. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \cdot \ln x = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{6}{1+2 \ln x}} = e^3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^x = 1.$$

16. Провести полное исследование функции и построить график $y = \frac{x^3}{x^2+1}$, $y = \frac{x}{\ln x}$,

$$y = e^{\frac{1}{x}}, \quad y = \frac{x}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}.$$

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Высшая математика для экономистов: практикум для студентов вузов, обучающимся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер и др.; под ред. проф. Н. Ш. Кремера – М.: ЮНИТА-ДАНА, 2010. – 479 с.

2. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.

3. Лунгу, К. Н., Письменный Д. Т., Федин С. Н., Шевченко Ю. А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс : Наука, 2008 – 576 с.

4. Элементарная математика в помощь высшей [Электронный ресурс] : учебное пособие / . — Электрон. текстовые данные. — Омск: Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, 2016. — 118 с. / Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59680.html>

Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной

Задание. Повторить основные вопросы теории:

1. Определение первообразной функции, неопределённого интеграла.
2. Свойства неопределённого интеграла.
3. Таблица неопределённых интегралов.
4. Свойства определённого интеграла, формула Ньютона-Лейбница.
5. Полярная система координат, связь декартовых и полярных координат точки.
6. Методы интегрирования.

Решить задачи из пособий [1], [3], [4].

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Высшая математика для экономистов: практикум для студентов вузов, обучающимся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер и др.; под ред. проф. Н. Ш. Кремера – М. : ЮНИТА-ДАНА, 2010. – 479 с.
2. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.
3. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчёты : учебное пособие для вузов / Л. А. Кузнецов. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 238 с.
4. Лунгу, К. Н., Письменный Д. Т., Федин С. Н., Шевченко Ю. А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс : Наука, 2008 – 576 с.
5. Элементарная математика в помощь высшей [Электронный ресурс] : учебное пособие / . — Электрон. текстовые данные. — Омск: Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, 2016. — 118 с. / Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59680.html>

Тема 6. Дифференциальные уравнения

Задание. Повторить основные вопросы теории:

1. Дифференциальное уравнение первого порядка, его вид, общее и частное решение.
2. Виды дифференциальных уравнений 1 порядка и методы решения

Решить задачи.

1. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка

$$(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0, \quad y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0, \quad \sqrt{3 + y^2}dx - ydy = x^2 ydy$$

2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения первого порядка

$$xy' = \frac{3y^3 + 4x^2y}{2y^2 + 2x^2}, \quad x(2y^2 + x^2)y' = 3y^3 + 2yx^2.$$

3. Найти решение задачи Коши а) $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x$, $y(-1) = \frac{3}{2}$;

б) $y' + \frac{y}{x} = \sin x$, $y(\pi) = \frac{1}{\pi}$; в) $y' + y \tan x = \cos^2 x$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$.

4. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$y'' + 9y = 6 \cos 3x + 12 \sin 3x, \quad y'' - 12y' + 36y = 14e^{6x}, \quad y'' + 2y' + y = e^{-x}(12x - 10),$$
$$y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x} \cdot \cos 2x; \quad y'' + 16y = \frac{16}{\sin 4x}.$$

5. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям

а) $y'' - 8y' + 7y = 7 + 6xe^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$;

б) $y'' + y = 2 \cos x + 4e^{-x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Высшая математика для экономистов: практикум для студентов вузов, обучающимся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер и др.; под ред. проф. Н. Ш. Кремера – М. : ЮНИТА-ДАНА, 2010. – 479 с.
2. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.

Тема 7. Функции нескольких переменных.

Задание. Разобрать готовые решения задач в пособии Чернова Г. И. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: учебно-методическое

пособие и контрольные задания для студентов физико-математического факультета. Нижнетагильская государственная социально-педагогическая академия, Нижний Тагил, 2008. — 56 с.

Решить задачи.

1. Вычислить значения частных производных $f'_x(M_0)$, $f'_y(M_0)$, $f'_z(M_0)$ для функции $f(x, y, z) = 27\sqrt[3]{x + y^2 + z^3}$ в точке $M_0(3; 4; 2)$.
2. Доказать, что функция $z = x^y \cdot y^x$ удовлетворяет уравнению $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = (x + y + \ln z) \cdot z$.
3. Вычислить приближённо с помощью полного дифференциала функции значение выражения: $(1,08)^{3,96}$.
4. Найти полный дифференциал функции $u = e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}}$.
5. Дана сложная функция $z = \arctg \frac{x}{y}$, где $x = u \cdot \sin v$, $y = u \cdot \cos v$. Найти частные производные сложной функции $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$.
6. Дана функция $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, где $y = \sin^2 x$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{dz}{dx}$.
7. Найти производную $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$ для функции $u = \sin(xyz)$.
8. Найти дифференциал второго порядка для функции $z = x^3 y^3$.
9. Функция y от x задана неявным уравнением $\sin x \cdot \ln y + \cos y \cdot \ln x = 0$. Найти $\frac{dy}{dx}$.
10. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^2 + 3y^2$ в точке, для которой $x = 1$, $y = 1$.
11. К поверхности $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ провести касательную плоскость, параллельную плоскости $x - y + 2z = 0$.
12. Убедившись, что выражение $(\cos x + 3x^2 y)dx + (x^2 - y^2)dy$ есть полный дифференциал некоторой функции, найти эту функцию.
13. Исследовать функцию $z = 2(x + y) - x^2 - y^2$ на экстремум.
14. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2xy - 3y^2 + y$ в замкнутой ограниченной области D , ограниченной линиями: $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 11$.

Задание. Повторить основные вопросы теории:

1. Определение кратного интеграла, правило сведения двойного интеграла к повторному.
2. Геометрический смысл двойного интеграла.

Решить задачи.

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_0^1 dx \int_{\frac{1-x^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$,
- $$\int_0^4 dy \int_{-\sqrt{4-y}}^{\sqrt{4-y}} f(x, y) dx, \quad \int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy, \quad \int_0^1 dx \int_{\frac{1-x^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy, \quad \int_0^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy,$$

$$\int_0^1 dy \int_{\frac{y^3}{3}}^{y^2} f(x, y) dx \quad \int_0^4 dy \int_{\frac{1}{4}y^2}^{2\sqrt{y}} f(x, y) dx.$$

2. С помощью двойного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{3}{x}$, $y = 4e^x$, $y = 3$, $y = 4$.

3. Найти площадь фигуры $y = \frac{3}{x}$, $y = 4e^x$, $y = 3$, $y = 4$, $x = 8 - y^2$, $x = -2y$, $y = 3\sqrt{x}$, $y = \frac{3}{x}$, $x = 4$.

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Высшая математика для экономистов: практикум для студентов вузов, обучающимся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер и др.; под ред. проф. Н. Ш. Кремера – М.: ЮНИТА-ДАНА, 2010. – 479 с.

2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: учебно-методическое пособие для физико-математического факультета / М-во образования и науки Рос. Федерации, Нижнетагил. гос. соц.-пед. акад.; авт.-сост.: Г. И. Чернова. – Нижний Тагил: НТГСПА, 2010. – 55 с.

3. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.

4. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчёты : учебное пособие для вузов / Л. А. Кузнецов. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 238 с.

Тема 8. Ряды.

Задание. Повторить основные вопросы теории:

1. Определение суммы ряда.
2. Признаки сравнения числовых рядов с положительными членами.
3. Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами.
4. Признаки сходимости знакопеременных, знакопеременных числовых рядов.
5. Область сходимости функционального ряда, радиус сходимости степенного ряда.
6. Разложение функции в ряд Тейлора, ряд Маклорена.
7. Приближённые вычисления с помощью рядов.

Решить задачи.

1. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(6n-4)(6n+2)}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n+1)(5n+6)}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 + 5n + 4}$.

2. Исследуйте сходимость числового ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 3} \cdot \sqrt[3]{n^5 + 1}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}$,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(3n)!}$, $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} \cdot e^{-n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n^7}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot \ln(2n)}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{n^3 + 1}{n^3} \right)$,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (2n+5)}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{n^2 + 1}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot \sqrt[3]{n}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n - n^2}$.

3. Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{5^n \cdot (n+3)} \cdot x^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{(n+1)^n} \cdot x^n$.

4. Разложить в ряд Маклорена функцию и укажите область сходимости: $y = \frac{x-3}{(x+1)^2}$,

$$y = (1 + e^x)^2, \quad y = \ln \sqrt[5]{\frac{1+3x}{1-3x}}, \quad y = e^x \cdot \cos x.$$

5. Вычислить приближённо с точностью δ : $\sqrt[3]{129}$, $\delta = 0,001$; $\sin 10^\circ$, $\delta = 0,0001$.

6. Вычислите определённый интеграл $\int_0^{0,6} \sqrt[3]{1+x^2} dx$ с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд.

7. Вычислить приближённо с точностью δ : $\int_0^1 \sqrt[3]{x} \cos x dx$, $\delta = 0,001$;

$$\int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{1+x^2} dx, \quad \delta = 0,0001.$$

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Высшая математика для экономистов: практикум для студентов вузов, обучающимся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер и др.; под ред. проф. Н. Ш. Кремера – М.: ЮНИТА-ДАНА, 2010. – 479 с.

2. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.

Таблица № 4

Задания и методические указания по организации самостоятельной работы студента

Темы занятий	Количество часов			Содержание самостоятельной работы	Формы контроля СРС
	Всего	Аудиторных	Самостоят. работы		
Тема 1. Элементы векторной и линейной алгебры.	62	26	36	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач.	Опрос по теории, решение задач у доски, контрольная работа
Тема 2. Элементы аналитической геометрии	37	12	25	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач.	Опрос по теории, решение задач у доски
Тема 3. Введение в анализ	36	16	20	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач.	Опрос по теории, решение задач у доски, контрольная работа, мини-зачёт по формулам
Тема 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	32	12	20	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач.	Решение задач у доски, мини-зачёт по формулам, контрольная работа

Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной	31	10	21	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач.	Решение задач у доски, контрольная работа, мини-зачёт по формулам
Тема 6. Дифференциальные уравнения	26	14	12	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач.	Решение задач у доски, контрольная работа
Тема 7. Функции нескольких переменных.	26	14	12	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач.	Решение задач у доски, контрольная работа
Тема 8. Ряды.	20	10	10	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач.	Решение задач у доски, контрольная работа
Зачёты, экзамен	45		45	Подготовка к зачёту, экзамену	Ответ на зачёте, экзамене
Итого	234	114	210		

6.2. Организация текущего контроля и промежуточной аттестации

Проверка усвоения знаний ведется на практических занятиях в письменной форме (опросы по теории, контрольные работы) и устной форме в ходе решения задач у доски.

Ниже приводятся образцы вариантов (по одному) контрольных работ.

Контрольная работа № 1

1. Решить систему
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$
, используя правило Крамера.

2. Найти ранг матрицы:
$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 1 & 15 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Исследовать и решить систему:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5. \end{cases}$$

4. Вычислить определитель
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

5. Найти матрицу, обратную
$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ 3 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$
, используя присоединённую матрицу.

Контрольная работа № 2

1. Вычислить пределы

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 - 3x}{2x^2 - 9x}; \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{x - \frac{\pi}{2}}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \cdot \operatorname{tg} x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin 2x}{\sin x}.$$

2. Вычислить производные первого порядка:

$$y = \sin \sqrt{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin^2 3x}{\cos 6x}; \quad y = \frac{2x-1}{4} \sqrt{2+x-x^2} + \frac{9}{8} \arcsin \frac{2x-1}{3}.$$

3. Проведите полное исследование функции и постройте её график $y = \frac{2x+1}{x^2}$; $y = x^3 \cdot e^{-2x}$.

Контрольная работа № 3

1. Вычислите интегралы: $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x \, dx$; $\int \ln 5x \, dx$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 4$.

Контрольная работа № 4

Решить уравнения: $xy' = y^2 - 5$, $y' = 2 \cdot \frac{y}{x} - 4$, $y' - \frac{y}{x} = x + \frac{1}{x}$, $y(1) = 3$,
 $y'' = \sqrt[3]{2-x}$, $y(1) = 0,5$, $y'(1) = -1$, $y'' + y' - 12y = 0$.

Контрольная работа № 5

1. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ в треугольнике, ограниченном прямыми $x = 1$, $y = -1$, $x + y = 1$.

2. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[4]{2,03^3 + 1,94^3}$.

Промежуточная аттестация по данной дисциплине проводится в форме экзамена и зачётов.

Вопросы теории к зачёту за 1 семестр

1. Матрицы. Операции над матрицами и их свойства.
2. Определители. Свойства определителей.
3. Невырожденные матрицы. Обратная матрица.
4. Ранг матрицы и его свойства.
5. Системы линейных уравнений (основные понятия).
6. Методы решения систем линейных уравнений. Примеры.
7. Векторы и линейные операции над ними.
8. Система координат на плоскости и в пространстве. Полярные координаты точки.
9. Скалярное произведение векторов. Свойства.
10. Векторное произведение. Свойства.
11. Смешанное произведение векторов. Свойства.
12. Уравнение прямой на плоскости.
13. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
14. Эллипс (определение, вывод канонического уравнения, полуоси, фокусы, директрисы, эксцентриситет).
15. Гипербола (определение, вывод канонического уравнения, полуоси, фокусы, асимптоты, эксцентриситет).
16. Парабола (определение, вывод канонического уравнения, параметр, фокус, директриса, эксцентриситет).
17. Уравнение плоскости в пространстве.

18. Взаимное расположение плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.
19. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Угол между прямыми.
20. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
21. Эллипсоид. Гиперболоид.
22. Параболоид. Конус.
23. Цилиндрические поверхности.

Примеры задач для проведения зачёта за 1 семестр

1. Исследовать и решить систему:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 7 \\ 9x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 16x_4 + 2x_5 = 25. \end{cases}$$

2. Найти общее решение и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 9x_4 + 6x_5 = 0 \\ 8x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 + x_5 = 0 \\ 8x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 30x_4 + 15x_5 = 0 \\ 6x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} b & 2 & 2 & 2 \\ 2 & b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & b & 2 \\ 2 & 2 & 2 & b \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 2 & 6 & -3 & -4 \\ a & b & 6 & 2 \end{pmatrix}$

4. Разложить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & -2 \\ a & b & c & d \\ -1 & 2 & 3 & -2 \\ -2 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ по элементам второй строки.

5. Решить систему $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$ используя правило Крамера.

6. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

7. Найти матрицу, обратную $\begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ 3 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$, используя присоединённую матрицу.

- 8.1. Составьте уравнение медианы AM треугольника ABC , если $A(-3, -1)$, $B(0, -2)$, $C(5, 4)$.

9. Составьте уравнение высоты BH треугольника ABC , если $A(-3, -1)$, $B(-2, 3)$, $C(0, 4)$.

10. Составьте уравнение прямой, параллельной данной $2x - 3y + 4 = 0$ и проходящей через точку $A(-1, 2)$.
11. Известно, что прямые, заданные уравнениями $2x - 3y + 5 = 0$ и $4x - by + 4 = 0$ параллельны. Найдите b .
12. Определите тип кривой второго порядка, заданной уравнением $12x^2 - 3y^2 = 48$, найдите фокусы, полуоси, эксцентриситет. Сделайте чертёж.
13. Определите тип кривой второго порядка, заданной уравнением $y^2 = 4x$, найдите фокус, параметр, уравнение директрисы. Сделайте чертёж.
14. Прямая задана каноническим уравнением $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3}$. Запишите её общее уравнение и найдите координаты вектора нормали.
15. Найдите угол между прямыми, заданными уравнениями $2x - 3y + 5 = 0$ и $3x - y + 5 = 0$.
16. Установите взаимное расположение прямых $2x - 4y + 5 = 0$ и $3x - 6y + 4 = 0$.
17. Найдите расстояние от точки $A(3;0)$ до прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3}$.
18. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;-1;0)$, $B(0;-2;3)$, $C(-5;0;4)$.
19. Установите взаимное расположение прямых $y + 5 = 4(x - 3)$ и $y + 4 = 2(x - 1)$.
20. Определите угол между прямыми $y + 5 = 4(x - 3)$ и $y + 4 = 2(x - 1)$.
21. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-3;-1;0)$ и параллельной плоскости $2x - 4y + 5 = 0$.
22. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-3;-1;0)$ и перпендикулярной плоскостям $2x - 4y + 5 = 0$ и $x + 3y - z + 5 = 0$.
23. Вычислите расстояние от точки $A(-3;-1;0)$ до плоскости $2x - 4y + 5 = 0$.
24. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через точки $A(-3, -1, 0)$ и $B(0, -2, 3)$.
25. Составьте параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $A(-3, -1, 0)$, перпендикулярно плоскости $x + 3y - z + 5 = 0$.
26. Установите взаимное расположение прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3}$ и плоскости $x + 3y - z + 5 = 0$.
27. Найдите угол между прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3}$ и плоскостью $x + 3y - z + 5 = 0$.
28. Найдите угол между плоскостями $2x - 4y + 5 = 0$ и $x + 3y - z + 5 = 0$.
29. Определите тип поверхности $x^2 + y^2 = 2z$. Сделайте чертёж.

Билет зачёта состоит из двух частей: теоретической и практической.

Теоретическая часть предполагает знание основных понятий, формул, теорем.

Практическая часть содержит перечень задач и упражнений по основным темам курса. Задачи подбираются так, чтобы их решение отвечало основному содержанию курса.

На зачёте ставится оценка «зачтено», если студент не допускает грубых ошибок при ответе на теоретический вопрос. Все задачи должны быть решены более, чем «наполовину».

На зачёте ставится оценка «не зачтено», если задачи не решены или решены менее, чем «наполовину».

Примеры задач к зачёту за 2 семестр

1. Построить схему графика функции, используя асимптоты $y = \frac{x^3 - x^2}{4 - x^2}$.
2. Исследовать функцию на непрерывность, определить характер точек разрыва $y = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{1-x}}}$.
3. Функция $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$ не определена при $x = 0$. Задайте $f(0)$ так, чтобы $f(x)$ стала непрерывной в точке $x = 0$.
4. Будет ли функция $y = 5^x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1}$ ограниченной на отрезке $[0; 10]$?
5. Исследуйте на непрерывность функцию $y = \frac{\sin 3x}{x^2 + 1}$.
6. По оси движутся две точки, законы движения которых заданы формулами $x(t) = 4t^2 + 18$ и $x(t) = 5t^2 - t + 6$. С какой скоростью будут удаляться эти точки друг от друга сразу после момент встречи?
7. Расстояние $S(m)$, пройденное телом за t секунд, определяется формулой $S(t) = \frac{1}{8}t^3 + 3t^2 + t$. Какова скорость и ускорение тела при $t = 10$?
8. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\ln \frac{1}{x} \right)^x$, используя правило Лопиталя.
9. Найдите неопределённый интеграл $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
10. Найдите неопределённый интеграл $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x \cdot dx$.
11. Найдите неопределённый интеграл $\int \frac{x^5 dx}{\sqrt{1-x^2}}$.
12. Найдите неопределённый интеграл $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx$.
13. Вычислить определённые интегралы а) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}}$; б) $\int_0^\pi x \cdot \sin x \cdot dx$.
14. Найти площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r = 2a \cdot \cos 2\varphi$; $r \geq a$.
15. Найти объём тела, полученного вращением вокруг оси OY площадки, ограниченной линиями $xu = 2$; $y = x$; $y = 4$.

За ответ на зачёте ставится оценка:

«отлично», если:

- студент не делает ошибок в формулировках всех требуемых определений и теорем;
- в ответе на теоретический вопрос студент ясно и обосновано излагает содержание;
- решение задач не содержит грубых ошибок.

«хорошо», если:

- студент не делает ошибок в формулировках всех требуемых определений и теорем;
- задачи в целом решены, но имеют ошибки вычислительного характера;

«удовлетворительно», если:

- студент допускает неточности в формулировках определений и теорем;
- решена только часть задач, в некоторых решение не закончено.

«неудовлетворительно», если:

- студент не знает формулировки определений и теорем;
- студент не владеет навыками решения основных элементарных задач курса.

Вопросы теории к экзамену за 3 семестр

1. Определения дифференциального уравнения, дифференциального уравнения первого порядка, общего и частного решения, их геометрический смысл. Формулировка Задачи Коши.
2. Определения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными, однородного, линейного и методы их решения.
3. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка однородные и неоднородные с постоянными коэффициентами.
4. Решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами, метод вариации и метод неопределенных коэффициентов.
5. Определение функций двух, трех переменных, области определения, графика функции, предела, непрерывной функции.
6. Определения частных производных, дифференцируемой функции, полного дифференциала.
7. Дифференцирование сложных функций, производные высших порядков.
8. Экстремум функции двух переменных, необходимое и достаточное условия.
9. Скалярное поле, производная по направлению, градиент и его свойства.
10. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, его свойства и вычисление.
11. Числовые ряды. Основные понятия. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Гармонический ряд и геометрическая прогрессия. Простейшие свойства числовых сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда.
12. Необходимое достаточное условие сходимости ряда с положительными членами. Признаки сравнения. Признаки сходимости ряда: Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.
13. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды, признак Лейбница, свойство остатка знакопередающегося ряда. Абсолютная и условная сходимость.
14. Степенные ряды. Радиус, интервал сходимости. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.
15. Разложение функций в степенные ряды Тейлора и Маклорена.

Примеры задач для проведения экзамена за 3 семестр

1. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0$.
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения первого порядка $xy' = \frac{3y^3 + 4x^2y}{2y^2 + 2x^2}$.
3. Найти решение задачи Коши $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x$, $y(-1) = \frac{3}{2}$.
4. Найдите область определения функции $z = \arcsin \frac{x-3}{y}$ и изобразите её на координатной плоскости.
5. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{(3,95)^2 + (3,03)^2} + 2$.
6. Найдите частные производные первого порядка сложной функции $z = (\sin x) \cdot e^y$, где $x = t^2$, $y = \cos t$.
7. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$.

8. Вычислить $\iint_{(D)} 8ye^{4xy} dx dy$, если $D: y = \ln 3, y = \ln 4, x = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2}$.

9. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 4^n}{5^n}$;

10. Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$;

11. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{(n^2+1)} \cdot x^n$, исследовать поведение ряда на концах

области сходимости.

12. Разложить в ряд функции $y = \sin x, y = e^x$.

13. Разложить в ряд функции $y = \cos x, y = \ln(1+x), y = \operatorname{arctg} x$.

Экзаменационный билет состоит из двух частей: теоретической и практической.

Теоретическая часть предполагает знание основных понятий, формул, теорем.

Практическая часть содержит перечень задач и упражнений по основным темам курса.

Задачи подбираются так, чтобы их решение отвечало основному содержанию курса.

За ответ на экзамене ставится оценка:

«отлично», если:

- студент не делает ошибок в формулировках всех требуемых определений и теорем;
- в ответе на теоретический вопрос студент ясно и обосновано излагает содержание;
- решение задач не содержит грубых ошибок.

«хорошо», если:

- студент не делает ошибок в формулировках всех требуемых определений и теорем;
- задачи в целом решены, но имеют ошибки вычислительного характера;

«удовлетворительно», если:

- студент допускает неточности в формулировках определений и теорем;
- решена только часть задач, в некоторых решение не закончено.

«неудовлетворительно», если:

- студент не знает формулировки определений и теорем;
- студент не владеет навыками решения основных элементарных задач курса.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Высшая математика для экономистов : учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремер. — 3-е изд. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 481 с. — ISBN 978-5-238-00991-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html> (дата обращения: 17.03.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Попов, А. М. Высшая математика для экономистов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под редакцией А. М. Попова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2014. — 566 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-3724-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/379585> (дата обращения: 17.03.2020).

3. Элементарная математика в помощь высшей : учебное пособие / составители И. К. Берникова, И. А. Круглова. — Омск : ОмГУ, 2016. — 118 с. — ISBN 978-5-7779-2042-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL:

<https://e.lanbook.com/book/94059> (дата обращения: 17.03.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература

1. Антонов, В.И. Элементарная математика для первокурсника [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, Ф.И. Копелевич. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 112 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5701>

2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: учебно-методическое пособие для физико-математического факультета / М-во образования и науки Рос. Федерации, Нижнетагил. гос. соц.-пед. акад.; авт.-сост.: Г. И. Чернова. — Нижний Тагил: НТГСПА, 2010. — 55 с.

3. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. — 8-е изд. — М.: Айрис-пресс, 2009. — 608 с.

4. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчёты : учебное пособие для вузов / Л. А. Кузнецов. — Изд. 11-е, стер. — Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. — 238 с.

2. Лунгу, К. Н., Письменный Д. Т., Федин С. Н., Шевченко Ю. А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. — М.: Айрис-пресс : Наука, 2008 — 576 с.

Электронные ресурсы

1. Письменный Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. — М.: Айрис-пресс : Наука, 2008 — 288 с. Ссылка для скачивания: <http://mexalib.com/view/35734>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Лекционная аудитория – 211 А.
2. Доска, мел.
3. Мультимедиа-проектор.