

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Райхерт Татьяна Николаевна  
Должность: Директор  
Дата подписания: 14.02.2023 09:24:59  
Уникальный программный ключ:  
с914df807d771447164c08ee17f8e2f93dde816b

Министерство просвещения Российской Федерации  
Нижегородский государственный социально-педагогический институт (филиал)  
Федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики  
Кафедра естественных наук и физико-математического образования

УТВЕРЖДАЮ  
Зам. директора по УМР  
Л. П. Филатова  
2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.О.06.04 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Уровень высшего образования	Бакалавриат
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Профили	Математика и информатика
Форма обучения	Очная

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ». Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», Нижний Тагил, 2020. – 27 с.

Настоящая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

Автор: кандидат педагогических наук, Т. Ю. Паршина  
доцент кафедры ЕНФМ

Рецензент: кандидат педагогических наук, Е. В. Вязовова  
доцент кафедры ЕНФМ

Программа одобрена на заседании кафедры ЕНФМ. Протокол от 10.04.2020 г. № 7.

Заведующий кафедрой О. В. Полявина

Программа рекомендована к печати методической комиссией факультета естествознания, математики и информатики. Протокол от 17.04.2020 г. № 7.

Председатель методической комиссии Н.З. Касимова

Программа утверждена решением Ученого совета факультета естествознания, математики и информатики. Протокол от 30.04.2020 г. № 8.

Декан Т. В. Жуйкова

Главный специалист отдела информационных ресурсов О. В. Левинских

© Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», 2020.  
© Паршина Тамара Юрьевна, 2020.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Результаты освоения дисциплины.....	4
4. Структура и содержание дисциплины.....	6
4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы.....	6
4.2. Учебно-тематический план .....	7
4.3. Содержание дисциплины.....	9
5. Образовательные технологии.....	11
6. Учебно-методические материалы.....	11
6.1. Организация самостоятельной работы студентов .....	11
6.2. Организация текущего контроля и промежуточной аттестации .....	20
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение.....	26
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	27

## 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель дисциплины:** формирование профессиональных и специальных компетенций у студентов в процессе приобретения ими базовых знаний о свойствах функций, дифференциально-интегральном исчислении, рядах.

**Задачи:**

1. Сформировать у студентов систему знаний по классическим разделам математического анализа.
2. Сформировать у студентов представления о применении и роли основных понятий математического анализа в других областях знаний.
3. Сформировать умения применять изученную теорию к решению задач, в том числе элементарной (и школьной) математики.
4. Развить вычислительные навыки студентов.
5. Развить у студентов способность математического моделирования различных реальных процессов и явлений.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Математический анализ» является частью учебного плана по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика» и «Информатика». Дисциплина Б1.О.06.04 «Математический анализ» включена в Блок Б.1 «Дисциплины (модули)» и является составной частью раздела «Обязательная часть», модуля Б1.О.06 «Предметно-содержательный модуль». Дисциплина реализуется в НТГСПИ на кафедре естественных наук и физико-математического образования.

Данная дисциплина логически связана с дисциплинами профилей «Математика» и «Информатика» (элементарная математика, теория вероятностей и математическая статистика, общий курс физики), которые изучаются на первом – четвёртом курсах. Дисциплина содержит темы, необходимые для успешного изучения общего курса физики, помогает глубже осваивать темы элементарной математики, касающиеся теории функций.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина направлена на формирование и развитие следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	ОТФ из Профстандарта	
УК1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1. Знает основные источники и методы поиска информации, необходимой для решения поставленных задач		
	ИУК 1.2. Умеет осуществлять поиск информации для решения поставленных задач, применять методы критического анализа и синтеза информации		
	ИУК 1.3. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки; отличает факты от мнений, интерпретаций и оценок; применяет методы системного подхода для решения поставленных задач		
ПК-3 – способен применять предметные знания при реализации	3.1. Знает закономерности, принципы и уровни формирования и реализации содержания образования; структуру,	А. Педагогическая деятельность по проектированию и	

образовательного процесса	состав и дидактические единицы содержания школьных предметов: ...	реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального
	3.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для реализации в различных формах обучения в соответствии с дидактическими целями и возрастными особенностями обучающихся	
	3.3. Владеет предметным содержанием; умениями отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной форм обучения	
ПК7. Способен формировать у обучающихся умения моделировать объекты и процессы окружающей реальности и пользоваться заданной математической или информационной моделью.	7.1. Знает понятие «модель», виды и свойства моделей; имеет представление о моделировании и его основных этапах.	
	7.2. Умеет обучать описывать и формализовать предметную область, строить математические и информационные модели процессов окружающей среды, в том числе и с использованием ИКТ.	
	7.3. Подготовлен к построению математических моделей в различных предметных областях и реализации их с использованием ИКТ.	
ПК8. Способен формировать у обучающихся конкретные знания, умения и навыки в области математики и информатики.	8.1. Знает основные математические понятия и основы теоретической информатики, связи между ними и возможности использования при решении математических задач.	
	8.2. Умеет решать типовые математические задачи и обучать методам их решения.	
	8.3. Умеет решать типовые задачи по информатике и программированию и обучать методам их решения.	
	8.4. Подготовлен решать задачи разного уровня сложности по математике и информатике, определяя их место в школьном курсе.	

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:**

31. Понятие действительного числа; свойства множества действительных чисел.
32. Понятие функции, основные элементарные функции их свойства и графики.
33. Операции над функциями; композицию функций; обратную функцию.
34. Числовые множества на прямой, окрестность точки, числовая последовательность и её предел, предел функции в точке и на бесконечности.
35. Теоремы о пределах, бесконечно малые и бесконечно большие величины и их свойства.
36. Первый и второй замечательные пределы, эквивалентные бесконечно малые величины.

37. Непрерывность функции в точке, свойства функций, непрерывных на отрезке непрерывность основных элементарных функций.

38. Равномерную непрерывность функции на множестве.

39. Производная функции её геометрический и физический смысл, производная обратной и сложной функции, производные основных элементарных функций.

310. Дифференциал функции, правила дифференцирования, производные высших порядков.

311. Исследование функций с помощью производных, правило Лопиталю, асимптоты графика функции.

312. Неопределённый интеграл, его свойства, таблицу основных интегралов, основные методы интегрирования.

313. Определённый интеграл, его свойства, геометрический смысл, формулу Ньютона-Лейбница.

314. Понятие квадратуемой фигуры, кубуемого тела, спрямляемой кривой.

315. Несобственные интегралы.

316. Понятие функции многих переменных, предел, непрерывность, частные производные, дифференцируемость, полный дифференциал.

317. Исследование на экстремумы, неявные функции.

318. Определение, геометрический и физический смысл двойного интеграла, его свойства.

319. Криволинейный интеграл по координатам, независимость криволинейного интеграла от формы пути интегрирования; применение криволинейного интеграла.

320. Понятие числового ряда, суммы ряда, сходимость, признаки сходимости рядов, знакочередующиеся ряды, признак Лейбница, абсолютная и условная сходимость.

321. Понятие функционального ряда и функциональной последовательности.

322. Степенные ряды, радиус сходимости, разложение функций в степенные ряды.

325. Формулу Тейлора и ряд Тейлора, ряд Маклорена.

#### **Уметь:**

У1. Раскрывать неопределённости и вычислять пределы, используя первый и второй замечательные пределы, эквивалентные бесконечно малые.

У2. Находить производные сложных функций, произведения и частного, решать задачи на геометрический и физический смысл производной, находить дифференциал функции.

У3. Проводить исследование функций с помощью производных, строить графики функций, применяя исследование функций, находить асимптоты.

У4. Находить неопределённые интегралы, используя непосредственное интегрирование, метод замены переменной, интегрировать по частям, интегрировать тригонометрические функции.

У5. Применять формулу Ньютона-Лейбница, решать задачи на нахождение площадей плоских фигур, длины дуги, объёмов тел вращения с помощью определённого интеграла.

У6. Находить частные производные, полный дифференциал для функций нескольких переменных.

У7. Находить объёмы тел с помощью двойного интеграла.

У8. Вычислять криволинейный интеграл по координатам.

У9. Исследовать ряды на сходимость.

У10. Разлагать функции в степенные ряды.

#### **Владеть:**

В1. Навыками использования языка математики для решения практико-ориентированных задач.

В2. Основными положениями классических разделов математической науки.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачётных единиц (432 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице № 1.

Таблица № 1

**Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ**

Вид работы	Форма обучения
	Очная
	1-2 курсы
<b>Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану</b>	<b>432</b>
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>138</b>
Лекции	56
Практические занятия	82
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>204</b>
Изучение теоретического курса	96
Самоподготовка к текущему контролю знаний	68
Выполнение домашних контрольных работ	40
<b>Подготовка к зачётам, экзаменам</b>	<b>90</b>

Таблица № 2

**Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ и семестрам**

Вид работы	семестр			
	1	2	3	4
<b>Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану</b>	<b>90</b>	<b>108</b>	<b>126</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>32</b>	<b>38</b>	<b>44</b>	<b>24</b>
Лекции	12	14	20	10
Практические занятия	20	24	24	14
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>49</b>	<b>34</b>	<b>73</b>	<b>48</b>
Изучение теоретического курса	24	16	36	20
Самоподготовка к текущему контролю знаний	17	10	21	20
Выполнение контрольных работ	8	8	16	8
<b>Подготовка к зачётам, экзаменам</b>	<b>9</b> зачёт	<b>36</b> экзамен	<b>9</b>	<b>36</b> экзамен

Таблица № 3

##### 4.2. Учебно-тематический план

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контактная работа		Сам. работа	Формы текущего контроля успеваемости
		Лекции	Практич. занятия		
<b>1 курс, 1 семестр</b>					
<b>Тема 1. Введение в анализ.</b>	<b>81</b>	<b>12</b>	<b>20</b>	<b>49</b>	
Числа, множества	10	2	2	6	Решение задач у доски. Проверка домашней
Абсолютная величина числа	10		2	8	
Предел последовательности.	12	2	2	8	
Предел функции.	14	2	4	8	
Теоремы о пределах. Замечательные пределы.	13	2	4	7	
Эквивалентные бесконечно-	10	2	2	6	

малые					работы, проверочные работы по теме, мини-зачёты по теории. Выполнение домашней
Непрерывность функции. Непрерывность обратной функции.	12	2	4	6	
<b>Подготовка к зачёту</b>	<b>9</b>			<b>9</b>	
<b>Всего за семестр</b>	<b>90</b>	<b>12</b>	<b>20</b>	<b>58</b>	
<b>1 курс, 2 семестр</b>					
<b>Тема 2.</b> Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	<b>72</b>	<b>14</b>	<b>24</b>	<b>34</b>	
Производная функции	6	2	2	2	Решение задач у доски, проверка домашней работы, индивидуальная домашняя работа, проверочная работа по теме, мини-зачёт по формулам
Правила дифференцирования	4		2	2	
Вычисление производных Производная неявной функции и заданной параметрически	12		6	6	
Геометрические приложения производной	4		2	2	
Дифференциал функции	6	2	2	2	
Производные высших порядков.	4		2	2	
Основные теоремы дифференциального исчисления.	6	4	-	2	
Правило Лопиталья.	6	2	2	2	
Исследование функций	8	2	2	4	
Применение производной	6		2	4	
Построение графиков функций	10	2	2	6	
<b>Подготовка к экзамену</b>	<b>36</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>36</b>	
<b>Всего за семестр</b>	<b>108</b>	<b>14</b>	<b>24</b>	<b>70</b>	
<b>2 курс, 1 семестр</b>					
<b>Тема 3.</b> Неопределённый интеграл.	<b>40</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>24</b>	
Неопределённый интеграл. Первообразная.	8	2	2	4	Решение задач у доски, проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа, мини-зачёт по формулам
Методы интегрирования. Метод замены переменной	16	2	4	10	
Интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций.	16	2	4	10	
<b>Тема 4.</b> Определённый интеграл.	<b>40</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	<b>22</b>	
Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.	9	2	1	6	Решение задач у доски, проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа, мини-зачёт по формулам
Несобственные интегралы	7	2	1	4	
Квадрируемость фигуры, кубируемость тела, спрямляемость дуги.	4	2	-	2	
Применение определенного интеграла.		4	6	10	
<b>Тема 5.</b> Функции	<b>46</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>36</b>	

нескольких переменных.					
Понятие о функции нескольких независимых переменных.	3	1		2	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа.
Частные производные. Дифференцируемая функция. Полный дифференциал.	13	1	2	10	
Неявные функции, производная сложной функции	9	-	1	8	
Касательная и нормаль к поверхности.	5		1	4	
Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значение функции	16	2	2	12	
<b>Всего за семестр</b>	<b>126</b>	<b>20</b>	<b>24</b>	<b>82</b>	
<b>2 курс, 2 семестр</b>					
<b>Тема 6.</b> Двойные и криволинейные интегралы.	<b>34</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>24</b>	
Двойной интеграл в декартовых координатах.	14	2	2	10	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа.
Двойной интеграл в полярных координатах.	12	2	2	8	
Криволинейный интеграл. Формула Грина	8		2	6	
<b>Тема 7.</b> Ряды.	<b>38</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>24</b>	
Числовые ряды.	10	2	2	6	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа. Мини-зачёт по теории.
Функциональные ряды.	10	2	2	6	
Степенные ряды	10	2	2	6	
Разложение элементарных функций в степенные ряды.	8		2	6	
<b>Подготовка к экзамену</b>	<b>36</b>			<b>36</b>	
<b>Всего за семестр</b>	<b>108</b>	<b>10</b>	<b>14</b>	<b>84</b>	
<b>Всего по дисциплине</b>	<b>432</b>	<b>56</b>	<b>82</b>	<b>294</b>	

#### 4.3. Содержание разделов (тем) дисциплины

##### Лекционный курс (56 часов)

##### Лекция 1. Числа, множества (2 часа)

Предмет математического анализа. Сведения о множествах ограниченные и неограниченные множества, понятие граней множества, действительные числа, свойства множества действительных чисел, абсолютная величина действительного числа и её свойства. Расширение числовой прямой. Промежутки. Окрестности. Принцип вложенных отрезков.

##### Лекция 2. Предел последовательности. (2 часа)

Последовательность. Предел последовательности. Предельная точка множества. Теорема Больцано – Вейерштрасса.

##### Лекция 3. Предел функции. (2 часа)

Предел функции в точке. Два определения; их эквивалентность. Различные пределы функций. Геометрический смысл определений. Лемма о вложенных промежутках. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и последовательности, их свойства. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела (теорема о монотонных последовательностях, лемма о сжатой последовательности). Число  $e$ .

##### Лекция 4. Теоремы о пределах. Замечательные пределы. (2 часа)

Теоремы о пределах, выражаемые равенствами и неравенствами. Односторонние пределы. Замечательные пределы.

#### **Лекция 5. Эквивалентные бесконечно-малые. (2 часа)**

Сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые. Следствия из первого и второго замечательных пределов.

#### **Лекция 6. Непрерывность функции. Непрерывность обратной функции. (2 часа)**

Непрерывность функции в точке. Точки разрыва, их классификация. Действия над непрерывными функциями. Свойства функций непрерывных на сегменте. Равномерная непрерывность функции. Теорема о равномерной непрерывности.

#### **Лекция 7. Производная функции. (2 часа)**

Производная и дифференциал. Некоторые задачи физики. Скорость изменения функции. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования. Производные элементарных функций. Производные суммы, произведения, частного, сложной функции.

#### **Лекция 8. Дифференциал функции. (2 часа)**

Дифференциал функции, его применение в приближенных вычислениях. Геометрический смысл дифференциала, свойства дифференциала. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Производные и дифференциалы высших порядков.

#### **Лекция 9-10. Основные теоремы дифференциального исчисления. (4 часа)**

Основные теоремы дифференциального исчисления. Теоремы Ролля, Ферма, Лагранжа, Коши. Формулы Тейлора и Маклорена. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья.

#### **Лекция 11. Правило Лопиталья. (2 часа)**

Правило Лопиталья для дифференцируемых функций. Раскрытие неопределённости, особенности применения правила.

#### **Лекция 12. Исследование функций. (2 часа)**

Выпуклость, точки перегиба, необходимые и достаточные условия. Наибольшее, наименьшее значения функций на сегменте. Асимптоты графика функции. Схема исследования функции.

#### **Лекция 13. Построение графиков функций. (2 часа)**

Построение графиков функций элементарных функций (дробно-рациональные, трансцендентные функции).

#### **Лекция 14. Неопределённый интеграл. (2 часа)**

Понятие первообразной функции, неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.

#### **Лекция 15. Методы интегрирования. (4 часа)**

Основные методы интегрирования. Табличное интегрирование, метод замены переменной, интегрирование рациональных дробей.

#### **Лекция 16. Интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций. (2 часа)**

Интегрирование по частям, интегрирование иррациональных функций, подстановки Эйлера, Чебышева. Интегрирование тригонометрических выражений, универсальная подстановка.

#### **Лекция 17. Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. (2 часа)**

Определённый интеграл. Определение, суммы Дарбу. Основные свойства. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрическое приложение определенного интеграла.

#### **Лекция 18. Несобственные интегралы. (2 часа)**

Несобственные интегралы первого и второго рода. Вычисление несобственного интеграла. Теоремы о свойствах несобственных интегралов, выражаемые равенствами и неравенствами.

**Лекция 19. Квадрируемость фигуры, кубируемость тела, спрямляемость дуги. (2 часа)**

Понятие quadriруемости плоской фигуры, кубируемости тела, спрямляемости дуги. Понятие площади, объёма, длины.

**Лекция 20-21. Применение определенного интеграла. (4 часа)**

Вычисление площади плоской фигуры в декартовой системе координат, заданной явно и параметрически. Площадь в полярных координатах. Длина дуги в декартовых и полярных координатах. Вычисление объёма и площади поверхности тела вращения.

**Лекция 22.1. Понятие о функции нескольких независимых переменных.**

**Предел, непрерывность (1 час)**

Понятие функции двух, трёх,  $n$  независимых переменных, области определения, график функции двух переменных. Понятие области, связной области, замкнутой. Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Операции над непрерывными функциями. Свойства функций, равномерная непрерывность.

**Лекция 22.2 Частные производные. Дифференцируемая функция. Полный дифференциал. (1 час)**

Дифференцируемость функций нескольких переменных, частные производные, полный дифференциал. Инвариантность формы дифференциала. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков.

**Лекция 23. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значение функции. (2 часа)**

Дифференцирование функций, заданных неявно, дифференцирование сложных функций (различные случаи сочетания внешней и внутренней функции в зависимости от числа переменных). Экстремум функции двух независимых переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных непрерывной в замкнутой области.

**Лекция 24. Двойной интеграл в декартовых координатах. (2 часа)**

Двойной интеграл. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла. Расстановка границ интегрирования в повторном интеграле. Замена переменной в двойном интеграле.

**Лекция 25. Двойной интеграл в полярных координатах. (2 часа)**

Понятие двойного интеграла в полярных координатах. Переход в двойном интеграле от декартовых координат к полярным. Приложения двойного интеграла.

**Лекция 26. Числовые ряды (2 часа)**

Понятие числового ряда. Сходимость ряда и его сумма. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Теорема Лейбница.

**Лекция 27. Функциональные ряды (2 часа)**

Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерно сходящиеся ряды. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.

**Лекция 28. Степенные ряды (2 часа)**

Степенные ряды, радиус и интервал сходимости. Теорема Абеля об области сходимости степенных рядов. Свойства степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.

**5. Образовательные технологии**

Процесс обучения дисциплине «Математический анализ» рекомендуется строить с опорой на традиционный подход, при котором на лекционных занятиях закладываются основы теоретических знаний по дисциплине, а на практических занятиях ведется работа по усвоению теории и приобретению практических умений и навыков решения типичных задач.

С целью формирования у студентов компетенций, предусмотренных программой, следует применять следующие технологии:

- практикум с использованием практико-ориентированных задач;
- технологию деятельностного подхода;
- обучение в сотрудничестве.

## 6. Учебно-методические материалы

### 6.1. Организация самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Введение в анализ. (20 часов).

#### Задание. Повторить основные вопросы теории:

1. Теоремы, выражающие арифметические действия над пределами.
2. Первый и второй замечательные пределы.
3. Следствия из первого и второго замечательного предела.
4. Все определения функции непрерывной в точке.
5. Классификация точек разрыва.
6. Свойства функций, непрерывных в точке.

#### Решить задачи.

1. Вычислить следующие пределы:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 5x}) = -\frac{5}{2}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^{n+1}}{2^n + 3^n} = 3; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} \cdot \cos x}{x^2 + 1} = 0$$

2. Используя первый и второй замечательные пределы, вычислить:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right)}{2 \sin x - \sqrt{3}} = -1; \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5+x} - 2}{\sin \pi x} = -\frac{1}{12\pi};$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x} = -\frac{5}{3}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x} = e; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1-2x} = e^{-2}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x}\right)^x = e^{-3};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x-4} = e^4; \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^{\frac{2 \sec x}{x}} = e^2; \quad \lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\sec \frac{\pi x}{2}} = e^{\frac{2}{e}}.$$

3. Функция  $y = F(x)$  не определена в точке  $x = 0$ . Определить  $F(0)$  так, чтобы  $F(x)$  была непрерывна в точке  $x = 0$ :

$$F(x) = \frac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{x}; \quad F(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$$

4. Определить точки разрыва функции и их характер:  $y = 1 - e^{-\frac{1}{x^2}}$ ;  $y = x + \frac{2}{1 + 2^{\frac{1}{x}}}$ .
5. Исследовать функцию на непрерывность, сделать схематический чертёж:

$$y = \frac{1}{x+2}; \quad y = \begin{cases} 2, & x \leq -2 \\ 2-x^2; & -2 < x < 0 \\ 2+x; & 0 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2-x}; & x \geq 2 \end{cases} \quad y = \begin{cases} \frac{1}{x+4}; & x < -3 \\ x^2; & -3 < x < 0 \\ 1; & x = 0 \\ x; & x > 0 \end{cases}$$

6. Доказать, что уравнение  $x^3 - 3x - 1 = 0$  имеет корень на промежутке  $[-1; 0]$ .

7. Будет ли ограниченной функция  $y = 5^x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1}$  на отрезке  $[0; 10]$ .

### Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отд-ний вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006 — Т. 1. — 440 с.
3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. — СПб: Изд-во "Лань", 2017. — 492с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/89934/#2>
4. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : [Учеб. пособие] / [Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.]; Под. ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2003. — 495 с.

### Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. (24 часа).

#### Задание. Повторить основные вопросы теории:

1. Определение производной. Задачи, приводящие к понятию производной, геометрического и физического содержания.
2. Производные элементарных функций.
3. Производная суммы, произведения, частного, сложной функции.
4. Уравнение касательной и нормали к кривой, угол между кривыми.
5. Дифференцирование показательной-степенной функции.
6. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.
7. Определение, понятие и формула дифференциала первого порядка.
8. Формула для применения дифференциала в приближённых вычислениях.
9. Определение производных и дифференциалов высших порядков. Формулы для их вычисления.
10. Правило Лопиталья.
11. Неопределённости, раскрываемые по правилу Лопиталья, и способы их раскрытия.
12. Общая схема исследования функций с помощью первой и второй производной.
13. Асимптоты.

#### Решить задачи.

1. Точка движется по закону  $S(t) = \frac{t^4 - 4t^3 + 2t^2 - 12t}{4}$ . В какой момент времени точка остановится?
2. Найти угловой коэффициент секущей к параболе  $y = 2x - x^2$ , если абсциссы точек пересечения равны  $x_1 = 1, x_2 = 2$ .
3. Какова средняя скорость изменения функции  $y = x^3$  на промежутке  $y = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$
4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой  $y = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$  в точке  $(-2; 5)$ .
5. Точка движется по гиперболе  $y = \frac{10}{x}$  так, что её абсцисса  $x$  растёт равномерно со скоростью 1 единиц в секунду. С какой скоростью изменяется её ордината, когда точка проходит положение  $(5; 2)$ ?
6. Под каким углом пересекаются кривые  $y = (x - 2)^2$  и  $y = -4 - 6x - x^2$ ?

7. Длина вертикально стоящей лестницы 5 м. Нижний конец лестницы начинает отодвигаться от стены с постоянной скоростью 2 м/с. С какой скоростью опускается в момент времени  $t$  верхний конец лестницы? Чему равно ускорение в момент времени  $t$ ?

8. Составить уравнения касательных к гиперболе  $2x + 4y - 3 = 0$  перпендикулярно прямой  $2x + 4y - 3 = 0$ .

9. Найти производные функций, заданных явно:

$$y = \operatorname{tg} \frac{x+1}{2}; \quad y = 3 \cos^3 x; \quad y = \log_2 \left( \sin^2 \frac{1}{x} + 1 \right); \quad y = x \cdot e^{x^2}; \quad y = \frac{\ln x}{x^3};$$

$$y = \sin^3 4x - \cos^3 \operatorname{ctg} 3x; \quad y = 3^{\cos \sqrt{\operatorname{arctg} x}}; \quad y = -\frac{1}{6(1-3 \cos x)^2}; \quad y = \ln(x + \sqrt{1+x^2});$$

$$y = \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x; \quad y = (\operatorname{arctg} x)^x$$

10. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t) \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases}; \quad \begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases}$$

11. Найти производную функции, заданной неявно  $\operatorname{tg} y = xy$ .

12. Найти производные и дифференциалы первого и второго порядка:

$$y = \sin x - x \cos x; \quad y = x^2 \cdot e^{-x}; \quad y = \frac{\ln x}{x}$$

13. Вычислить приближённо:  $\operatorname{tg} 44^\circ$ ,  $\ln 0,9$ ,  $(3,998)^4$ .

$$xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}; \quad \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$$

14. Найти производные следующих функций:

$$\begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}; \quad y = (\sqrt{x})^{\sin \frac{x}{2}}; \quad y = x \cdot \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{x^2+1}$$

$$y = x \cdot \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{x^2+1}$$

15. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( \frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \cdot \ln x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{6}{1+2 \ln x}} = e^3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^x = 1$$

16. Провести полное исследование функции и построить график  $y = \frac{x^3}{x^2+1}$ ,  $y = \frac{x}{\ln x}$ ,

$$y = e^{\frac{1}{x}}, \quad y = \frac{x}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$$

**Литература для подготовки к практическому занятию:**

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>

2. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отд. вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006 — Т. 1. — 440 с.

3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. — СПб: Изд-во "Лань", 2017. — 492с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/89934/#2>

4. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : [Учеб. пособие] / [Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.]; Под. ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2003. — 495 с.

### ***Тема 3. Неопределённый интеграл. (10 часов)***

#### ***Задание. Повторить основные вопросы теории:***

1. Определение первообразной функции, неопределённого интеграла.
2. Свойства неопределённого интеграла.
3. Таблица неопределённых интегралов.

#### ***Решить задачи из учебного пособия 1.***

#### **Литература для подготовки к практическому занятию:**

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>

2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отделений вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006 — Т. 1. — 440 с.

3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. — СПб: Изд-во "Лань", 2017. — 492с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/89934/#2>

4. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : [Учеб. пособие] / [Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.]; Под. ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2003. — 495 с.

### ***Тема 4. Определённый интеграл. (8 часов)***

#### ***Задание. Повторить основные вопросы теории:***

1. Свойства определённого интеграла, формула Ньютона-Лейбница.
2. Полярная система координат, связь декартовых и полярных координат точки.
3. Методы интегрирования.

#### ***Решить задачи из учебного пособия 1.***

#### **Литература для подготовки к практическому занятию:**

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>

2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отделений вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006 — Т. 1. — 440 с.

3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. — СПб: Изд-во "Лань", 2017. — 492с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/89934/#2>

4. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : [Учеб. пособие] / [Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.]; Под. ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2003. — 495 с.

### ***Тема 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. (6 часов).***

***Задание. Разобрать готовые решения задач в пособии Чернова Г. И. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: учебно-методическое пособие и контрольные задания для студентов физико-математического факультета.***

Нижнетагильская государственная социально-педагогическая академия, Нижний Тагил, 2008. — 56 с.

**Решить задачи.**

1. Вычислить значения частных производных  $f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$  для функции  $f(x, y, z) = 27\sqrt{x+y^2+z^3}$  в точке  $M_0(3; 4; 2)$ .
2. Доказать, что функция  $z = x^y \cdot y^x$  удовлетворяет уравнению  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = (x + y + \ln z) \cdot z$ .
3. Вычислить приближённо с помощью полного дифференциала функции значение выражения:  $(1,08)^{3,96}$ .
4. Найти полный дифференциал функции  $u = e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}}$ .
5. Дана сложная функция  $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ , где  $e^x = u \cdot \sin v$ ,  $y = u \cdot \cos v$ . Найти частные производные сложной функции  $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$ .
6. Дана функция  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ , где  $y = \sin^2 x$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{dz}{dx}$ .
7. Найти производную  $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$  для функции  $u = \sin(xyz)$ .
8. Найти дифференциал второго порядка для функции  $z = x^3 y^3$ .
9. Функция  $y$  от  $x$  задана неявным уравнением  $\sin x \cdot \ln y + \cos y \cdot \ln x = 0$ . Найти  $\frac{dy}{dx}$ .
10. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = x^2 + 3y^2$  в точке, для которой  $x = 1, y = 1$ .
11. К поверхности  $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$  провести касательную плоскость, параллельную плоскости  $x - y + 2z = 0$ .
12. Убедившись, что выражение  $(\cos x + 3x^2 y) dx + (x^2 - y^2) dy$  есть полный дифференциал некоторой функции, найти эту функцию.
13. Исследовать функцию  $z = 2(x + y) - x^2 - y^2$  на экстремум.
14. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + 2xy - 3y^2 + y$  в замкнутой ограниченной области  $D$ , ограниченной линиями:  $x = 0, y = 0, x + y = 11$ .

**Литература для подготовки к практическому занятию:**

1. Будаев В. Д. Математический анализ. Функции нескольких переменных [Электронный ресурс] : учеб. / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 456 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96244>
2. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>
3. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отд-ний вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006 — Т. 1. — 440 с.

4. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. — СПб: Изд-во "Лань", 2017. — 492с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/89934/#2>

5. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : [Учеб. пособие] / [Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.]; Под. ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2003. — 495 с.

### Тема 6. Двойные и криволинейные интегралы. (6 часов)

#### Задание. Повторить основные вопросы теории:

1. Определение кратного интеграла, правило сведения двойного интеграла к повторному.
2. Геометрический смысл двойного интеграла.

#### Решить задачи.

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле  $\int_0^1 dx \int_{\frac{1-x^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$ ,

$\int_0^4 dy \int_{-\sqrt{4-y}}^{\sqrt{4-y}} f(x, y) dx$ ,  $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$ ,  $\int_0^1 dx \int_{\frac{1-x^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$ ,  $\int_0^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$ ,  
 $\int_0^1 dy \int_y^{y^2} f(x, y) dx$ ,  $\int_0^4 dy \int_{\frac{1}{4}y^2}^{2\sqrt{y}} f(x, y) dx$ .

2. Вычислить двойной интеграл с помощью перехода к полярным координатам  $\iint_D \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy$ , область  $D$  определяется неравенствами  $x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$ .

3. Вычислить интеграл с помощью перехода к полярным координатам  $\int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \sqrt{9-x^2-y^2} dy$ .

4. С помощью двойного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{3}{x}, y = 4e^x, y = 3, y = 4$ .

5. Найти площадь фигуры  $y = \frac{3}{x}, y = 4e^x, y = 3, y = 4$ ,  $x = 8 - y^2, x = -2y$ ,  $y = 3\sqrt{x}, y = \frac{3}{x}, x = 4$ .

6. Найти объём тела, ограниченного поверхностями  $z = 9\sqrt{x^2 + y^2}, z = 22 - x^2 - y^2$ .

7. Найти объём тела, ограниченного следующими поверхностями:  $z = \sqrt{x^2 + y^2}, x = 0, y = 0, z = 0, x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0$ .

8. Найти объём тела, ограниченного следующими поверхностями:  $z = \sqrt{64 - x^2 - y^2}, z = 1, x^2 + y^2 = 60$ .

#### Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>

2. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отд-ний вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006. — Т. 2. — 463 с

3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. — СПб: Изд-во "Лань", 2017. — 492с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/89934/#2>

4. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : [Учеб. пособие] / [Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.]; Под. ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2003. — 495 с.

**Задание. Повторить основные вопросы теории:**

1. Определение криволинейного интеграла, правило вычисления криволинейного интеграла

2. Повторить формулу Грина.

**Решить задачи из пособия 1**

**Литература для подготовки к практическому занятию:**

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>

2. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отд-ний вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006. — Т. 2. — 463 с

3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. — СПб: Изд-во "Лань", 2017. — 492с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/89934/#2>

4. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : [Учеб. пособие] / [Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.]; Под. ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2003. — 495 с.

**Тема 7. Ряды. (8 часов)**

**Задание. Повторить основные вопросы теории:**

1. Определение суммы ряда.
2. Признаки сравнения числовых рядов с положительными членами.
3. Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами.
4. Признаки сходимости знакочередующихся, знакопеременных числовых рядов.
5. Область сходимости функционального ряда, радиус сходимости степенного ряда.
6. Разложение функции в ряд Тейлора, ряд Маклорена.
7. Приближенные вычисления с помощью рядов.

**Решить задачи.**

1. Найдите сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(6n-4)(6n+2)}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n+1)(5n+6)}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2+5n+4}$ .

2. Исследуйте сходимость числового ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+3} \cdot \sqrt[3]{n^5+1}}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}$ ,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(3n)!}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} \cdot e^{-n}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n^7}}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot \ln(2n)}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n^3+1}{n^3}\right)$ ,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (2n+5)}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{n^2+1}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot \sqrt[3]{n}}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n - n^2}$ .

3. Найдите область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{5^n \cdot (n+3)} \cdot x^n$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{(n+1)^n} \cdot x^n$ .

4. Разложить в ряд Маклорена функцию и укажите область сходимости:  
 $y = (1+e^x)^2$ ,  $y = \ln \sqrt{\frac{1+3x}{1-3x}}$ ,  $y = e^x \cdot \cos x$

5. Вычислить приближённо с точностью  $\delta$ :  $\sqrt[3]{129}$ ,  $\delta = 0,001$ ;  $\sin 10^\circ$ ,  $\delta = 0,0001$ .

6. Вычислите определённый интеграл  $\int_0^{0,6} \sqrt[3]{1+x^2} dx$  с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд.

7. Вычислить приближённо с точностью  $\delta$ :  $\int_0^1 \sqrt[3]{x} \cos x dx$ ,  $\delta = 0,001$ ;

$\int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{1+x^2} dx$ ,  $\delta = 0,0001$

**Литература для подготовки к практическому занятию:**

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>

2. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отд-ний вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006. — Т. 2. — 463 с

3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. — СПб: Изд-во "Лань", 2017. — 492с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/89934/#2>

4. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : [Учеб. пособие] / [Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.]; Под. ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2003. — 495 с.

Таблица № 4

Темы занятий	Количество часов			Содержание самостоятельной работы	Формы контроля СРС
	Всего	Аудиторных	Самостоят. т. работы		
<i>Тема 1.</i> Введение в анализ	81	32	49	Изучение теории по учебной литературе. Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Подготовка к проверочной работе.	Выполнение домашней контрольной работы Опрос по теории
<i>Тема 2</i> Дифференциальное исчисление функций одной переменной	72	38	34	Изучение теории по учебной литературе.	Выполнение домашней контрольной

				Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Подготовка к проверочной работе.	работы. Опрос по теории
<b>Тема 3.</b> Неопределённый интеграл.	40	16	24	Изучение теории по учебной литературе. Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Подготовка к проверочной работе.	Выполнение домашней контрольной работы. Опрос по теории
<b>Тема 4.</b> Определённый интеграл.	40	18	22	Изучение теории по учебной литературе. Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Подготовка к проверочной работе.	Выполнение домашней контрольной работы. Опрос по теории
<b>Тема 5.</b> Функции нескольких переменных.	46	10	36	Изучение теории по учебной литературе. Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Подготовка к проверочной работе.	Выполнение домашней контрольной работы. Опрос по теории
<b>Тема 6.</b> Двойные и криволинейные интегралы.	34	10	24	Изучение теории по учебной литературе. Проработка материалов лекции. Решение домашних задач.	Выполнение домашней контрольной работы.
<b>Тема 7.</b> Ряды.	38	14	24	Изучение теории по учебной литературе. Решение домашних задач.	Выполнение домашней контрольной работы.
Зачёт, экзамены	81		81	Подготовка к экзаменам, зачёту	Ответ на зачёте, экзаменах

Итого	432	138	294		
-------	-----	-----	-----	--	--

## 6.2. Организация текущего контроля и промежуточной аттестации

Проверка усвоения знаний ведется на практических занятиях в письменной форме (опросы по теории) и устной форме в ходе решения задач у доски. Кроме того, предполагается выполнение индивидуальных домашних контрольных работ.

Промежуточная аттестация по данной дисциплине проводится в форме зачёта (1 семестр) и экзамена (2 и 4 семестры).

### Примерные варианты домашних контрольных работ

Домашняя контрольная работа № 1

1. Решите неравенство  $|x+3| - |x+1| < 2$ .

$$E = \left\{ \frac{6n^2}{2n^2+1} \mid n \in N \right\}$$

2. Найдите  $\text{Sup } E, \text{ Inf } E$ , если

3. Найдите область определения функции:

а)  $f(x) = \sqrt{\lg(x^2 - x + 1)} + \arccos \frac{x^2 - 1}{x + 5}$ ;

б)  $f(x) = \arcsin \frac{x-2}{5} + \lg \frac{x^2 + 2x + 3}{x^3 - 2x^2 - 8x}$ .

4. Найдите наименьший положительный период функции  $y = \text{tg} \frac{x}{7}$ .

Домашняя контрольная работа № 2

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5+x} - \sqrt[3]{2x+2}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x-2}}$ ; 2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos(4x+3)}{x^2+7x}$ ; 3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+3}{x^2-2} \right)^{x^2-1}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin^2 3x)}{\text{tg}^2 \frac{x}{2}}$ ;

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2+4x-5}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2+x+2x-7}}{3x+2\sqrt{x+4}}$ ; 8.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{6}+x\right)}{2\sin x - \sqrt{3}}$ .

9. Докажите, исходя из определения предела последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{2\sqrt{n+1}} = \frac{1}{2}$ .

Домашняя контрольная работа № 3

1. Найти дифференциал первого порядка для функции

$$y = \arcsin \frac{1}{x} + \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}), \quad x > 0$$

2. Вычислить приближённо с помощью дифференциала  $0,998^{21}$ .

3. Найти производную функции указанного порядка  $y = x^2 \cos(5x-3)$ ,  $y^{(n)}$ .

4. Найти  $y'_x$  и  $y''_{xx}$  функции, заданной параметрически  $\begin{cases} x = \frac{e^t - e^{-t}}{2} \\ y = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \end{cases}$ .

5. Найти производную функции  $y = (\ln x)^x$ .

Домашняя контрольная работа № 4

1. Вычислить неопределённый интеграл  $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^2 x}$ , результат проверить дифференцированием.

2. Найти неопределённые интегралы:

- а)  $\int \frac{(x^2+1)dx}{x(x^2-1)}$ ; б)  $\int \frac{dx}{(1+\sqrt{x}) \cdot \sqrt{x}}$ ; в)  $\int \arcsin 2x dx$ ; г)  $\int \cos^3 2x dx$ ; д)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^6}} dx$ ;  
 е)  $\int \frac{dx}{\sin^4 x \cdot \cos^4 x}$ ; ж)  $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{1-x^2}}$ .

### Домашняя контрольная работа № 5

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x\sqrt{9-x^2}$ ,  $y = 0$ ,  $0 \leq x \leq 3$ .

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной параметрически  $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t \\ y = 2\sqrt{2} \sin t \end{cases}$ .

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах  $r = \cos 2\varphi$ .

4. Вычислить длину дуги кривой, заданной в декартовой системе координат  $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$ ,  $1 \leq x \leq 2$ .

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрически  $\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

### Домашняя контрольная работа № 6

$$z = \arcsin \frac{x-3}{y}$$

1. Найдите область определения функции и изобразите её на координатной плоскости.

2. Дана функция  $u = e^{xy}$ . Покажите, что выполняется равенство  $x^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ .

3. Вычислите дифференциалы первого и второго порядков для функции  $z = \cos(x^2 + y^2)$ .

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала  $\sqrt[3]{(3,95)^2 + (3,03)^2} + 2$ .

5. Найдите производные первого и второго порядков сложной функции:

а)  $z = x^2 e^y$ , где  $x = \sin t$ ,  $y = t^3$ ; б)  $z = x^2 y - y^3$ , где  $x = u^2 - v$ ,  $y = u + 2v^2$ .

6. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $z = x^2 + 2xy - 10$  в замкнутой области, ограниченной линиями  $y = x^2 - 4$  и осью  $Ox$ .

7. Исследуйте на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 6xy$ .

8. Найдите производные функций, заданных неявно:

а)  $2y^5 + xy^3 - x^4 = 0$ ; б)  $\begin{cases} 7x^2 + y^2 - 3z^2 = -1 \\ 4x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 24 \end{cases}$ .

Домашняя контрольная работа № 7

$$\int_0^1 dx \int_{\frac{1-x^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy.$$

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле
2. Вычислить двойной интеграл с помощью перехода к полярным координатам  $\iint_D \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy$ , область  $D$  определяется неравенствами  $x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$ .
3. С помощью двойного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{3}{x}, y = 4e^x, y = 3, y = 4$ .
4. Найти объём тела, ограниченного поверхностями  $z = 9\sqrt{x^2 + y^2}, z = 22 - x^2 - y^2$ .

Домашняя контрольная работа № 8

1. Найдите сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ .
2. Исследуйте сходимость числового ряда: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{3^n}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$ .
3. Найдите область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+3)}$ .
4. Вычислите определённый интеграл  $\int_0^1 \frac{\sin 2x}{x} dx$  с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд.

**Вопросы теории к зачёту (1 семестр)**

1. Множества ограниченные, неограниченные, понятия  $\text{Sup}\{M\}$  и  $\text{Inf}\{M\}$ . Абсолютная величина действительного числа и её свойства.
2. Функция. Область определения и область значений. Способы задания функций. Чётность. Нечётность. Монотонность. Ограниченность.
3. Понятие числовой последовательности. Её предел, теорема о единственности предела.
4. Свойства последовательностей, имеющих предел. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности.
5. Предел функции в точке. Бесконечно-малые и бесконечно-большие величины. Связь бесконечно-малых и бесконечно-больших величин.
6. Разные случаи предела функции в точке и на бесконечности. Доказать теорему о сумме бесконечно-малых величин.
7. Теоремы о пределах, выражаемые равенствами.
8. Теоремы о пределах, выражаемые неравенствами.
9. Первый замечательный предел.
10. Односторонние пределы, следствия из первого замечательного предела.
11. Второй замечательный предел.
12. Эквивалентные бесконечно-малые величины. Следствия из второго замечательного предела.
13. Непрерывность функции в точке (все определения). Точки разрыва и их классификация.
14. Непрерывность суммы, произведения, частного, сложной функции.
15. Свойства функций, непрерывных на сегменте. Теоремы Больцано-Коши № 1, № 2.

16. Свойства функций, непрерывных на сегменте. Теоремы Вейерштрасса № 1, № 2.

**Примерные задачи для зачёта (1 семестр)**

1. Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{\sin(\pi \cdot (x+7))}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-4^{x^2}}{x \cdot \arcsin \frac{x}{2}}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-3x}-x); \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2)^3(2x+1)^2}{(3x+1)(x+2)^4};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^{x^2}-1}{x^2} \right)^{\frac{6}{1+x}}; \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{3^x-3^\pi}{\sin x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sin \frac{\pi x}{6x+1} \right)^{3x}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3x-1}{x+1} \right)^{\frac{1}{\sqrt{x}-1}}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{\operatorname{tg} \pi x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность, определить характер точек разрыва

$$y = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{1-x}}}$$

$$y = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}}$$

3. Исследовать функцию  $y = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}}$  на непрерывность, определить характер точек разрыва.

4. Функция  $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$  не определена при  $x = 0$ . Задайте  $f(0)$  так, чтобы  $f(x)$  стала непрерывной в точке  $x = 0$ .

5. Функция  $f(x) = x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}$  не определена при  $x = 0$ . Задайте  $f(0)$  так, чтобы  $f(x)$  стала непрерывной при  $x = 0$ .

6. Будет ли функция  $y = 5^x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1}$  ограниченной на отрезке  $[0; 10]$ ?

7. Исследуйте на непрерывность функцию  $y = \frac{\sin 3x}{x^2 + 1}$ .

8. Имеет ли уравнение  $x^4 - 3x^2 + 2x - 1 = 0$  хотя бы один корень на отрезке  $[1; 2]$ ?

9. Докажите, пользуясь определением предела последовательности, следующее равенство

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-9}{n-2} = 4$$

10. Решите неравенство  $|x+3| - |x+1| < 2$ .

11. Найдите  $\sup E$ ,  $\inf E$ , если  $E = \left\{ \frac{6n^2}{2n^2+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ .

12. Найдите область определения функции:

а)  $f(x) = \sqrt{\lg(x^2-x+1)} + \arccos \frac{x^2-1}{x+5}$ ; б)  $f(x) = \arcsin \frac{x-2}{5} + \lg \frac{x^2+2x+3}{x^3-2x^2-8x}$ .

13. Докажите, пользуясь определением предела функции:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{3x+1} = \frac{3}{7}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{x+5} = 2$ .

14. Докажите, что функция  $y = \cos x$  не имеет предела при  $x \rightarrow +\infty$ .

**Вопросы теории к экзамену (2 семестр)**

1. Задачи, приводящие к понятию производной. Геометрический и физический смысл производной.

2. Вывод формул производных  $y = x^n$ ;  $y = a^x$ ;  $y = \log_a x$ .

3. Вывод формул производных  $y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$ .
4. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Производная частного.
5. Производная суммы и произведения.
6. Производная сложной функции.
7. Производная обратной функции. Вывести производные  $y = \arcsin x, y = \operatorname{arccotg} x$ .
8. Производная обратной функции. Вывести производные  $y = \arccos x, y = \operatorname{arctg} x$ .
9. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически, показательно-степенной функции.
10. Понятие дифференциала функции, его применение в приближённых вычислениях. Правила дифференцирования.
11. Свойства инвариантности дифференциала первого порядка и нарушение этого свойства для дифференциала второго порядка.
12. Производные и дифференциалы высших порядков.
13. Теоремы Ферма, Ролля, их геометрический смысл.
14. Теоремы Лагранжа, Коши и их геометрический смысл.
15. Раскрытие неопределённостей по правилу Лопиталья. Формулы Тейлора и Маклорена.
16. Асимптоты графика функции.
17. Условие постоянства и монотонности функции.
18. Необходимое условие экстремума функции. Понятие экстремума функции и нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Первое достаточное условие экстремума функции.
19. Понятие экстремума функции. Второе достаточное условие экстремума.
20. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Необходимые и достаточные условия существования точек перегиба и выпуклости кривой.

**Примерные задачи для экзамена (2 семестр)**

1. Построить схему графика функции, используя асимптоты  $y = \frac{x^3 - x^2}{4 - x^2}$ .
2. Построить схему графика функции, используя асимптоты  $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x+1)^2}$ .
3. Построить схему графика функции, используя асимптоты  $y = \frac{x^2 - 9}{x^2 - x^3}$ .
4. Будет ли функция  $f(x) = 2x^9 - 4x^8 + 5x^5 + 7$  на отрезке  $[-1; 1]$  принимать значение, равное 7?
5. Докажите, что функция  $y = 2x + \sin x$  имеет обратную на всей числовой оси.
6. По оси движутся две точки, законы движения которых заданы формулами  $x(t) = 4t^2 + 18$  и  $x(t) = 5t^2 - t + 6$ . С какой скоростью будут удаляться эти точки друг от друга сразу после момента встречи?
7. Расстояние  $S$  (м), пройденное телом за  $t$  секунд, определяется формулой  $S(t) = \frac{1}{8}t^3 + 3t^2 + t$ . Какова скорость и ускорение тела при  $t = 10$ ?
8. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +0} \left( \ln \frac{1}{x} \right)^x$ , используя правило Лопиталья.
9. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}$ , используя правило Лопиталья.

### **Вопросы теории к экзамену (4 семестр)**

1. Понятие первообразной, неопределённого интеграла, свойства неопределённого интеграла.
2. Таблица неопределённых интегралов, некоторые формулы с выводом.
3. Метод замены переменной, тригонометрические подстановки, примеры.
4. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле.
5. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен. Примеры.
6. Интегрирование рациональных дробей. Примеры.
7. Интегрирование тригонометрических выражений. Примеры.
8. Интегрирование иррациональных выражений. Примеры. Подстановки Чебышева.
9. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла.
10. Определение определённого интеграла и свойства определённого интеграла, выражаемые равенствами.
11. Определение определённого интеграла и свойства определённого интеграла, выражаемые неравенствами. Теорема о среднем и её геометрический смысл.
12. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема Барроу.
13. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле. Интегрирование по частям.
14. Необходимое условие существования определённого интеграла. Суммы Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Критерий интегрируемости.
15. Квадрируемость плоских фигур. Необходимое и достаточное условие квадрируемости фигуры.
16. Площадь плоской фигуры в декартовых координатах, параметрическом виде и в полярных координатах.
17. Понятие спрямляемости кривой. Длина дуги плоской кривой в декартовых координатах, в параметрическом виде и в полярных координатах.
18. Понятие кубичности тела. Объём тела по площади поперечного сечения и объёмы тел вращения.
19. Площадь поверхности тела вращения в декартовых координатах, в параметрическом виде и в полярных координатах.
20. Понятие несобственного интеграла. Свойства и методы вычисления.
21. Определение функций двух, трех переменных, области определения, графика функции, предела, непрерывной функции.
22. Определения частных производных, дифференцируемой функции, полного дифференциала.
23. Дифференцирование сложных функций, производные высших порядков.
24. Экстремум функции двух переменных, необходимое и достаточное условия.
25. Наибольшее и наименьшее значение непрерывной функции двух (трёх) переменных в замкнутой области.
26. Нормаль и касательная к графику функции нескольких переменных.
27. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
28. Определение двойного интеграла, его свойства и вычисление.
29. Криволинейные интегралы по координатам. Задача, приводящая к понятию криволинейного интеграла.
30. Числовые ряды. Основные понятия. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Гармонический ряд и геометрическая прогрессия.
31. Простейшие свойства числовых сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда.
32. Необходимое достаточное условие сходимости ряда с положительными членами. Признаки сравнения.
33. Признаки сходимости ряда: Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.
34. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды, признак Лейбница, свойство остатка знакопередающегося ряда. Абсолютная и условная сходимость.

35. Степенные ряды. Радиус, интервал сходимости. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.

**Примерные задачи для экзамена (4 семестр)**

1. Найти площадь фигуры, заданной в полярных координатах:  $r = 2a \cdot \cos 2\varphi$ ;  $r \geq a$ .
2. Найти объём тела, полученного вращением вокруг оси  $OY$  площадки, ограниченной линиями  $xy = 2$ ;  $y = x$ ;  $y = 4$ .

$$\begin{cases} x = a(\cos t + t \cdot \sin t); \\ y = a(\sin t - t \cdot \cos t); \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi$$

3. Найти длину дуги кривой

4. Вычислить определённые интегралы а)  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}}$ ; б)  $\int_0^{\pi} x \cdot \sin x \cdot dx$ .

5. Найдите неопределённый интеграл  $\int \frac{\cos^5 x}{\sin^3 x} dx$ ,  $\int x \cdot \operatorname{arctg} x \cdot dx$ ,  $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-2}} dx$ ,

$$\int x \cdot \sin 2x \cdot dx, \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx, \int \sin^3 x \cdot \cos^2 x \cdot dx, \int \frac{x^5 dx}{\sqrt{1-x^2}}, \int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx$$

6. Расставить границы интегрирования в двойном интеграле  $\iint_{(D)} f(x, y) dx dy$  в декартовых координатах по области  $D$ , ограниченной линиями:

$$x^2 + y^2 = 4, x^2 + (y-1)^2 = 1, y = 0, x = 0 \text{ и расположенной во второй четверти.}$$

7. Вычислить  $\iint_{(D)} y^2 \cdot \cos \frac{xy}{2} dx dy$ ,  $D: x = 0, y = \sqrt{2\pi}, y = 2x$

8. Вычислить  $\iint_{(D)} 8ye^{4xy} dx dy$ , если  $D: y = \ln 3, y = \ln 4, x = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2}$ .

9. Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 4^n}{5^n}$ ;  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$ ;

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{(n^2+1)} \cdot x^n$$

10. Найти область сходимости ряда, исследовать поведение ряда на концах области сходимости.

11. Разложить функцию в ряд Маклорена функцию  $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ;

12. Разложить функцию в ряд Тейлора в окрестности точки  $x = 2$  функцию  $f(x) = \frac{1}{x}$ .

13. Разложить в ряд функции  $y = \cos x$ ,  $y = \ln(1+x)$ ,  $y = \operatorname{arctg} x$ .

14. Найти сумму ряда и указать интервал сходимости:  $1 - 3x^2 + 5x^4 - 7x^6 + \dots$

15. Разложить в ряд функции  $y = \sin x$ ,  $y = e^x$ .

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение**

**Основная литература**

1. Будаев В. Д. Математический анализ. Функции нескольких переменных [Электронный ресурс] : учеб. / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 456 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96244>

2. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>

3. Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. В. Власов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Саратов: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Вузовское образование, 2017. — 376 с. / Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/67393.html>

4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отд-ний вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006 — Т. 1. — 440 с

5. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа [Текст] : [учеб. для мат. отд-ний вузов : в 2 т.] / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2005, 2006. — Т. 2. — 463 с

#### **Дополнительная литература**

1. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. — СПб: Изд-во "Лань", 2017. — 492с. / Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/89934/#2>

2. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов [Текст] : [Учеб. пособие] / [Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.]; Под. ред. Б. П. Демидовича. — Москва : Астрель : АСТ, 2003. — 495 с.

#### **Сетевые ресурсы**

Электронная библиотека Попечительского совета механико-математического факультета Московского государственного университета <http://lib.mexmat.ru/books/34>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

1. Лекционная аудитория – 211 А.
2. Доска, мел.
3. Мультимедиа-проектор.