

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Райхерт Татьяна Николаевна
Должность: Директор
Дата подписания: 22.11.2022 18:41:04
Уникальный программный ключ:
c914df807d771447164c08ee17f8e2f93dde816b

Министерство просвещения Российской Федерации
Нижегородский государственный социально-педагогический институт (филиал)
федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики
Кафедра естественных наук и физико-математического образования

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.О.07.02 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Уровень высшего образования
Направление подготовки

Профили подготовки
Форма обучения

Бакалавриат
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)
Математика и информатика
Очная

Нижний Тагил
2022

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра». Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский государственный профессионально-педагогический университет», Нижний Тагил, 2022. – 11 с.

Настоящая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (№125 от 22.02.2018).

Автор: кандидат пед. наук, доцент кафедры ЕНФМ  Т. Ю. Паршина

Одобрена на заседании кафедры ЕНФМ 17 июня 2022 г., протокол № 9

Заведующий кафедрой ЕНФМ  О. В. Полявина

Рекомендована к печати методической комиссией ФЕМИ 21 июня 2022 г., протокол № 9

Председатель методической комиссии ФЕМИ  В. А. Гордеева

© Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», 2022.

© Паршина Тамара Юрьевна, 2022.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Результаты освоения дисциплины.....	4
4. Структура и содержание дисциплины.....	5
4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы.....	5
4.2. Учебно-тематический план	6
4.3. Содержание дисциплины.....	6
5. Образовательные технологии.....	7
6. Учебно-методические материалы.....	7
6.1. Организация самостоятельной работы студентов	7
6.2. Организация текущего контроля и промежуточной аттестации	8
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение.....	11
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	11

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины: формирование профессиональных и специальных компетенций на основе обучения студентов основам линейной алгебры.

Задачи:

1. Сформировать у студентов умения использовать аппарат матриц для решения стандартных задач линейной алгебры.
2. Сформировать у студентов умения применять изученную теорию к доказательству теорем и решению задач, в том числе задач школьного курса математики; показать роль различных приемов и методов решения задач на вычисление и доказательство.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Линейная алгебра» является частью учебного плана по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика» и «Информатика». Дисциплина Б1.О.07.02 «Линейная алгебра» включена в Блок Б.1 «Дисциплины (модули)» и является составной частью раздела «Обязательная часть», модуля Б1.О.07 «Предметно-методический модуль по профилю Математика». Дисциплина реализуется в НТГСПИ на кафедре естественных наук и физико-математического образования.

Данная дисциплина логически связана с дисциплинами профилей «Математика» и «Информатика» (аналитическая геометрия, математический анализ, элементарная математика, теория вероятностей и математическая статистика), которые изучаются на первом – четвёртом курсах. Дисциплина содержит темы, необходимые для успешного изучения общего курса физики, помогает глубже осваивать темы элементарной математики, касающиеся алгебры и геометрии.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина направлена на формирование и развитие следующих компетенций:

Таблица № 1

Категория (группа) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Научные основы педагогической деятельности	ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.1. Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области
		ОПК-8.2. Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания предметной области, психолого-педагогические знания и научно-обоснованные закономерности организации образовательного процесса
ОТФ А Педагогическая деятельность по	ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения	ПК-1.1. Знает: структуру, состав и дидактические единицы предметной области математика

проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО
		ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

З1. Виды систем линейных уравнений, способы их решения, критерий совместности систем.

З2. Определитель квадратной матрицы и его свойства.

З3. Действия над матрицами, их свойства.

Уметь:

У1. Решать системы линейных уравнений: методом Гаусса, методом Крамера, матричным методом.

У2. Вычислять определители: по определению, сводя к треугольному виду, раскладывая по строке (столбцу).

У3. Вычислять ранг матрицы.

У4. Находить матрицу, обратную данной.

У5. Выполнять сложение и умножение матриц.

Владеть:

В1. Приёмами вычисления определителей квадратных матриц.

В2. Навыками применения аппарата матриц и систем линейных уравнений для решения прикладных задач, в том числе задач аналитической геометрии.

В3. Приёмами самоорганизации и умениями самоконтроля учебной деятельности.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачётных единицы (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице № 1.

Таблица № 2

Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Вид работы	Форма обучения
	Очная
	1 курс, 1 семестр
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	108
Контактная работа, в том числе:	36
Лекции	12
Практические занятия	24
Самостоятельная работа	45
Подготовка к экзамену	27

4.2. Учебно-тематический план

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контактная работа		Сам. работа	Формы текущего контроля успеваемости
		Лекции	Практич. занятия		
1 курс, 1 семестр					
Векторные пространства.	10	2	2	6	Решение задач у доски, мини-зачёт по теоремам
Линейная зависимость и независимость систем векторов	14	2	4	8	Решение задач у доски, мини-зачёт по теоремам
Алгебра матриц. Ранг матрицы.	14	2	4	8	Решение задач у доски, аудиторная проверочная практическая работа
Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	16	2	6	8	Решение задач у доски, аудиторная проверочная практическая работа
Определитель квадратной матрицы.	13	2	4	7	Решение задач у доски, домашняя контрольная работа
Приложения определителей.	14	2	4	8	Решение задач у доски, домашняя контрольная работа
Подготовка к экзамену	27			27	Ответ на экзамене
Всего за семестр	108	12	24	72	

4.3. Содержание дисциплины

Лекционный курс (12 часов)**Лекция 1. Векторные пространства. (2 часа)**

Определение векторного пространства и его простейшие свойства. Примеры векторных пространств. Понятие арифметического векторного пространства.

Лекция 2. Линейная зависимость и независимость систем векторов. (2 часа)

Свойства линейной зависимости и независимости систем векторов. Базис и ранг системы векторов. Существование базиса у конечной ненулевой системы векторов.

Лекция 3. Алгебра матриц. Ранг матрицы. (2 часа)

Понятие матрицы, её размер. Действия над матрицами. Пространство матриц. Умножение матриц. Свойства операций. Ступенчатая матрица. Ранг матрицы, алгоритм вычисления ранга матрицы.

Лекция 4. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. (2 часа)

Линейное уравнение, виды линейных уравнений, решение линейного уравнения. Система линейных уравнений, решение системы линейных уравнений. Равносильные системы. Совместные, несовместные, определённые, неопределённые системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Сведение системы линейных уравнений к ступенчатому виду и решение ступенчатой системы. Критерий совместности систем. Пространство решений системы однородных линейных уравнений и его базис.

Лекция 5. Определитель квадратной матрицы. (2 часа)

Квадратная матрица, свойства квадратных матриц. Обратная и обратная матрица. Условие обратимости матрицы. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Перестановки; подстановки; чётность подстановки и различные способы её вычисления. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Миноры и алгебраические дополнения, разложение определителя по строке (столбцу).

Лекция 6. Приложения определителей. (2 часа)

Матрица, присоединенная к данной; её свойство. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединенной. Правило Крамера для решения систем линейных уравнений. Матричный метод решения систем линейных уравнений.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Процесс обучения дисциплине «Линейная алгебра» рекомендуется строить с опорой на традиционный подход, при котором на лекционных занятиях закладываются основы теоретических знаний по дисциплине, а на практических занятиях ведётся работа по усвоению теории и приобретению практических умений и навыков решения типичных задач.

С целью формирования у студентов компетенций, предусмотренных программой, следует применять следующие технологии:

- практикум с использованием практико-ориентированных задач;
- технологию деятельностного подхода;
- обучение в сотрудничестве.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

6.1. Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов включает следующие виды деятельности:

- Выполнение текущих домашних работ (после каждого занятия).
- На занятии контролируется выполнение домашнего задания. Разбираются нерешённые задачи.
- Выполнение домашних контрольных работ, индивидуальных заданий.
- Подготовка к итоговой аттестации теоретических вопросов (разбор доказательств теорем).

Таблица № 4

Организация самостоятельной работы студентов

Темы	Количество часов			Содержание самостоятельной работы	Формы контроля СРС
	Всего	Ауд. раб.	Сам. раб.		
Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость систем векторов	24	10	14	Выучить основные определения понятий по теме. Решить предложенные на дом задачи.	Опрос. Обсуждение решений на занятии
Алгебра матриц. Ранг матрицы.	14	6	8	Составить перечень основных определений, теорем и алгоритмов по теме и выучить. Выполнение индивидуальной домашней контрольной работы.	Опрос. Обсуждение решений на занятии.
Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	16	8	8	Составить перечень основных определений и теорем по теме и выучить.	Опрос. Обсуждение решений на занятии.

				Решить предложенные на дом задачи. Выполнение индивидуальной домашней контрольной работы.	Сдача зачёта по теме.
Определитель квадратной матрицы.	13	6	7	Выучить свойства определителя квадратной матрицы и правила вычисления определителя второго и третьего порядка. Выполнение индивидуальной домашней контрольной работы.	Опрос. Обсуждение решений на занятии.
Приложения определителей.	14	6	8	Решить предложенные на дом задачи. Выполнение индивидуальной домашней контрольной работы.	Опрос. Обсуждение решений на занятии.
Экзамен	27		27	Подготовка к экзамену	Ответ на экзамене
Всего:	108	36	72		

6.2. Организация текущего контроля и промежуточной аттестации

Проверка усвоения знаний ведется на практических занятиях в письменной форме (опросы по теории) и устной форме в ходе решения задач у доски.

Примерный вариант аудиторной проверочной работы

1. Исследовать и решить систему

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

2. Найти общее решение и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 9x_4 + 6x_5 = 0 \\ 8x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 + x_5 = 0 \\ 8x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 30x_4 + 15x_5 = 0 \\ 6x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$

3. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} b & 2 & 2 & 2 \\ 2 & b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & b & 2 \\ 2 & 2 & 2 & b \end{pmatrix}.$$

Примерный вариант домашней контрольной работы

1. Выписать слагаемое определителя $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$, порождённое подстановкой

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Разложить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & -2 \\ a & b & c & d \\ -1 & 2 & 3 & -2 \\ -2 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ по элементам второй строки.

3. Решить систему $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$, используя правило Крамера.

4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

5. Найти матрицу, обратную $\begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ 3 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$, используя присоединённую матрицу.

Промежуточная аттестация по данной дисциплине проводится в форме экзамена.

Вопросы теории к экзамену

1. Векторные пространства. Простейшие свойства.
2. Примеры векторных пространств.
3. Подпространство. Примеры, свойство, признак.
4. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Свойства.
5. Базис конечной ненулевой системы векторов, его существование.
6. Ранг матрицы. Правило вычисления ранга матрицы.
7. Системы линейных уравнений: основные понятия. Сведение системы к ступенчатому виду. Решение ступенчатых систем.
8. Критерий совместимости систем линейных уравнений.
9. Подстановки степени n . Чётность подстановки и способы её вычисления.
10. Определитель квадратной матрицы: определение и основные свойства.
11. Миноры, алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
12. Присоединённая матрица, её свойство. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединённой.
13. Правило Крамера. Обратная матрица. Применение к решению систем линейных уравнений.

Примерные задачи для экзамена

1. Выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов пространства R^4 :

$$a_1 = (1; -1; 1; -1), \quad a_2 = (1; 0; 1; 0), \quad a_3 = (1; -3; 1; -3).$$

2. Исследуйте и решите систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

3. Найдите общее решение и фундаментальную систему решений для системы однородных линейных уравнений

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 9x_4 + 6x_5 = 0 \\ 8x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 + x_5 = 0 \\ 8x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 30x_4 + 15x_5 = 0 \\ 6x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найдите ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} b & 2 & 2 & 2 \\ 2 & b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & b & 2 \\ 2 & 2 & 2 & b \end{pmatrix}.$$

5. Разложить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & -2 \\ a & b & c & d \\ -1 & 2 & 3 & -2 \\ -2 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

по элементам второй строки.

6. Решить систему

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 9 \end{cases}, \text{ используя правило Крамера.}$$

7. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

8. Найти матрицу, обратную

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ 3 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}, \text{ используя присоединённую матрицу.}$$

9 Выписать слагаемое определителя $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$, порождённое подстановкой

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Билет экзамена содержит два теоретических вопроса и две задачи.

За ответ на экзамене ставится оценка:

«отлично» – если студент отвечает полностью на все вопросы, и его ответ содержит не более двух недочётов;

«хорошо» – если студент отвечает в целом на теоретические вопросы и решает задачи «наполовину»;

«удовлетворительно» – если студент отвечает полностью на один теоретический вопрос и решает одну задачу;

«неудовлетворительно» – во всех остальных случаях.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры: Учебник /А. Г. Курош. — СПб. : Лань, 2013. — 432 с. / Режим доступа <https://e.lanbook.com/reader/book/30198/#1>

2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры: Учебник /А. Г. Курош. — СПб. : Лань, 2005. — 431 с.

3. Постников М. М. Линейная алгебра. Изд-во: «Лань», 2009. — 400 с. / Режим доступа http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=319

Дополнительная литература

1. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры : учебник / А. И. Мальцев. — Изд. 5-е, стер. — Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2009. — 470 с.

2. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике [Текст] : [полный курс] / Д. Т. Письменный. — 9-е изд. — Москва : Айрис Пресс, 2009, 2010. — 602 с.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Электронная библиотека Попечительского совета механико-математического факультета Московского государственного университета <http://lib.mexmat.ru/books/34>

Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре: Учебное пособие. 13-е изд. Стер. / И. В. Проскуряков. — СПб.: Издательство «Лань», 2010. — 480 с. Ссылка для скачивания: <http://www.studfiles.ru/preview/5735555/>
http://elibrary.sgu.ru/uch_lit/560.pdf

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Лекционная аудитория – 211 А.
2. Доска, мел.
3. Мультимедиа-проектор.