

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Райхерт Татьяна Николаевна
Должность: Директор
Дата подписания: 05.03.2022 16:12:50
Уникальный программный ключ:
c914df807d771447164c08ee17f8e2f93dde816b

Министерство просвещения Российской Федерации
Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал)
федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики
Кафедра естественных наук и физико-математического образования

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.01.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Уровень высшего образования	Бакалавриат
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Профили	«Информатика и физика»
Форма обучения	Очная

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ». Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», Нижний Тагил, 2020. – 22 с.

Настоящая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

Автор: кандидат педагогических наук, Т. Ю. Паршина
доцент кафедры ЕНФМ

Рецензент: кандидат педагогических наук, Е. В. Вязовова
доцент кафедры ЕНФМ

Программа одобрена на заседании кафедры ЕНФМ. Протокол от 10.04.2020 г. № 7.

Заведующий кафедрой О. В. Полявина

Программа рекомендована к печати методической комиссией факультета естествознания, математики и информатики. Протокол от 17.04.2020 г. № 7.

Председатель методической комиссии В. А. Гордеева

Программа утверждена решением Ученого совета факультета естествознания, математики и информатики. Протокол от 30.04.2020 г. № 8.

Декан Т. В. Жуйкова

Главный специалист отдела информационных ресурсов О. В. Левинских

© Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», 2020.
© Паршина Тамара Юрьевна, 2020.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Результаты освоения дисциплины.....	4
4. Структура и содержание дисциплины.....	5
4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы.....	5
4.2. Содержание и тематическое планирование дисциплины.....	6
4.3. Содержание разделов (тем) дисциплины.....	8
5. Образовательные технологии.....	9
6. Учебно-методические материалы.....	9
6.1. Задания и методические указания по организации и проведению практических занятий.....	9
6.2. Задания и методические указания по организации самостоятельной работы студента.....	14
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение.....	15
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	16
9. Текущая аттестация качества усвоения знаний.....	16
10. Промежуточная аттестация.....	16

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины: формирование системы знаний в области математического анализа, позволяющей осознать прикладной характер математики, формирование у студента основных понятий математического анализа, необходимых для изучения и количественного описания различных физических процессов и явлений.

Задачи:

1. Сформировать у студентов умения использовать аппарат дифференциально-интегрального исчисления для построения физических теорий и решения физических задач.
2. Сформировать у студентов умения применять методы математического анализа для приближённых вычислений.
3. Сформировать у студентов представление о функции как об одной из основных математических моделей для описания физических процессов.
4. Сформировать у студентов представления о математических методах, границах их применения, выборе рационального их использования.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Математический анализ» является частью учебного плана по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Физика и информатика». Дисциплина Б1.В.01.01 «Математический анализ» включена в Блок Б.1 «Дисциплины (модули)» и является составной частью раздела Б1.В. «Часть, формируемая участниками образовательных отношений», модуля Б1.В.01 «Физика». Дисциплина реализуется в НТГСПИ на кафедре естественных наук и физико-математического образования.

Данная дисциплина логически связана с дисциплинами предметного обучения (алгебра и геометрия, механика, молекулярная физика, электричество и магнетизм, оптика, квантовая физика), которые изучаются на первом - четвёртом курсах. Дисциплина содержит темы, необходимые для успешного изучения физики.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина направлена на формирование и развитие следующих компетенций:

Категория	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Системное и критическое мышление	УК1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1. Знает основные источники и методы поиска информации, необходимой для решения поставленных задач
		ИУК 1.2. Умеет осуществлять поиск информации для решения поставленных задач, применять методы критического анализа и синтеза информации
		ИУК 1.3. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки; отличает факты от мнений, интерпретаций и оценок; применяет методы системного подхода для решения поставленных задач

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	ОТФ из Профстандарта
ПК-6. Способен формировать у обучающихся	6.1. Знает понятие «модель», виды и свойства моделей; имеет представление о моделировании и его основных этапах.	А. Педагогическая деятельность по проектированию и

умения моделировать объекты и процессы окружающей реальности и пользоваться заданной математической или информационной моделью	6.2. Умеет обучать описывать и формализовывать предметную область, строить математические и информационные модели процессов окружающей среды, в том числе и с использованием ИКТ.	реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования. В. Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ
	6.3. Подготовлен к построению математических моделей в различных предметных областях и реализации их с использованием ИКТ.	

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

З1. Основные понятия и теоремы раздела «Введение в анализ».

З2. Основы теорий дифференциального и интегрального исчисления и теории рядов.

З3. Основные типы дифференциальных уравнений и методы их решения.

Уметь:

У1. Применять основные методы теории дифференциального и интегрального исчисления для решения физических задач, при изучении различных физических дисциплин.

У2. Применять основные методы решения дифференциальных уравнений при изучении физических процессов.

У3. Решать типовые задачи в предметной области.

Владеть навыками:

В1. Дифференцирования и интегрирования функций.

В2. Применения аппарата дифференциально-интегрального исчисления для решения прикладных задач, в том числе: приближённых вычислений, математического моделирования физических процессов.

В3. Приёмами самоорганизации и умениями самоконтроля учебной деятельности.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачётных единиц (252 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице № 1.

Таблица № 1

Вид работы	Форма обучения
	Очная
	1–3 семестры
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	252
Контактная работа, в том числе:	94
Лекции	$14(1c)+10(2c)+10(3c) = 34$
Практические занятия	$24(1c)+18(2c)+18(3c) = 60$
Самостоятельная работа, в том числе:	158
Изучение теоретического курса	32
Выполнение домашних работ после каждого практического занятия, индивидуальных домашних заданий	63
Подготовка к экзаменам, зачёту текущему контролю знаний	63

4.2. Содержание и тематическое планирование дисциплины

Тематический план дисциплины

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Всего, часов	Вид контактной работы, час				Самостоятельная работа, час	Формы текущего контроля успеваемости
			Лекции	Практ. занятия	Лаб. работы	Из них в интерактивной		
первый семестр								
Тема 1. Введение в анализ.	1	44	6	10			28	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, проверочная работа по теме
Предел последовательности, предел функции.	1	12	2	2			8	
Теоремы о пределах. Замечательные пределы.	1	22	2	6			14	
Непрерывность функции.	1	10	2	2			6	
Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	1	55	8	14			33	Решение задач у доски, проверка домашней работы, проверочная работа по теме, мини-зачёт по формулам
Производная и дифференциал.	1	10	2	2			6	
Производные элементарных функций.	1	17	2	4			11	
Основные теоремы дифференциального исчисления.	1	28	4	8			16	
Подготовка к зачёту	1	9					9	
Итого за первый семестр		108	14	24			92	
второй семестр								
Тема 3. Неопределённый интеграл.	2	14	2	6			6	Решение задач у доски, проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа, мини-зачёт по формулам
Неопределённый интеграл. Первообразная.	2	5	2	1			2	
Методы интегрирования	2	9		5			4	
Тема 4. Определённый интеграл.	2	18	4	8			6	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа.
Определённый интеграл. Свойства. Формула Ньютона-Лейбница.	2	5	1	2			2	
Геометрическое применение определенного интеграла.	2	9	3	4			2	
Физическое приложение определенного интеграла.	2	4		2			2	
Тема 5. Функции нескольких переменных.	2	8	2	2			4	Решение задач у доски.

Понятие о функции нескольких независимых переменных, дифференциал. Производная по направлению.	2	8	2	2			4	Проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа.
Тема 6. Дифференциальные уравнения.	2-3	18	4	8			6	Решение задачи у доски.
Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.	2	5	2	2			1	Проверка домашней работы.
Подготовка к экзамену		27					27	
Итого за второй семестр		72	10	18			44	
третий семестр								
Дифференциальные уравнения первого порядка.	3	3		2			1	Решение задачи у доски.
Дифференциальные уравнения высших порядков. линейные, дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	3	8	2	4			2	Проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа.
Применение теории линейных уравнений для изучения колебательных процессов.	3	2		-			2	
Тема 7. Двойные интегралы.	3	8	2	2			4	
Двойной интеграл в декартовых и полярных координатах.	3	6	2	2			2	Решение задачи у доски.
Тройной интеграл и его применение.	3	2					2	Проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа.
Тема 8. Криволинейные интегралы.	3	9	2	4			3	Решение задачи у доски.
Криволинейный интеграл. Формула Грина	3	5	2	2			1	Проверка домашней работы, проверочная работа по теме
Элементы теории поля.	3	4		2			2	
Тема 9. Ряды. Ряды Фурье.	3	15	4	6			5	Решение задачи у доски.
Числовые ряды.	3	6	2	2			2	
Функциональные ряды. Разложение элементарных функций в степенные ряды.	3	5	2	2			1	Проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа.
Ряды Фурье.	3	4		2			2	
Подготовка к экзамену	3	27					27	
Итого за третий семестр		72	10	18			44	
Итого		252	34	60			158	

4.3. Содержание разделов (тем) дисциплины

Лекционный курс (34 часа)

Тема 1. Введение в анализ (6 часов).

Лекция 1. Последовательность. Предел последовательности. Предел функции в точке. Различные пределы функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и последовательности, их свойства.

Лекция 2. Теоремы о пределах. Замечательные пределы, сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые. Следствия из первого и второго замечательного пределов.

Лекция 3. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва, их классификация. Действия над непрерывными функциями. Свойства функций непрерывных на сегменте.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (8 часов).

Лекция 4. Производная и дифференциал. Некоторые задачи физики. Скорость изменения функции. Геометрический и физический производной. Производные суммы, разности, произведения, частного, сложной функции. Дифференциал функции. Дифференцируемость функции.

Лекция 5. Производные элементарных функций. Применение дифференциала функции к приближенным вычислениям. Производные и дифференциал высших порядков.

Лекция 6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теоремы Ролля, Ферма, Лагранжа, Коши. Формулы Тейлора и Маклорена. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.

Лекция 7. Исследование функций с помощью производной. Признаки монотонности функций, экстремумы функций, выпуклость, точки перегиба. Асимптоты графика функции.

Тема 3. Неопределённый интеграл (2 часа).

Лекция 8. Понятие первообразной, неопределенного интеграла. Свойство неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределённом интеграле. Основные методы интегрирования. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей.

Тема 4. Определённый интеграл (4 часа)

Лекция 9. Определенный интеграл. Основные свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственный интеграл.

Лекция 10. Геометрическое и физическое приложение определенного интеграла. Вычисление площади плоской фигуры, объемов тел вращения. Длина дуги и площадь поверхности тела вращения. Вычисление работы, давления на стенку сосуда, статические моменты и координаты центра тяжести. Теоремы Гульдина. Моменты инерции.

Тема 5. Функции нескольких переменных (2 часа)

Лекция 11. Понятие функции двух, трех независимых переменных, области определения графика функции двух переменных. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных, частные производные, полный дифференциал, частные производные высших порядков. Экстремум функции двух независимых переменных. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент и его свойства.

Тема 6. Дифференциальные уравнения (4 часа).

Лекция 12. Обыкновенные дифференциальные уравнения I порядка. Задача Коши. Основные понятия. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнение Бернулли.

Лекция 13. Дифференциальные уравнения II порядка и высших порядков. Общие понятия. Однородные линейные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов для решения линейных, неоднородных

дифференциальных уравнений. Применение теории линейных дифференциальных уравнений к изучению колебательных процессов.

Тема 7. Двойные и тройные интегралы (2 часа).

Лекция 14. Двойной интеграл. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Расстановка границ интегрирования в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла.

Тема 8. Криволинейные интегралы (2 часа).

Лекция 15. Задача, приводящая к понятию криволинейного интеграла. Физический смысл криволинейного интеграла, его свойства и вычисление. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от формы пути интегрирования и физический смысл этого понятия. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.

Элементы теории поля. Векторное поле и его характеристики: ротор и дивергенция. Задача, приводящая к понятию поверхностного интеграла. Вычисление поверхностного интеграла и его физический смысл. Формула Остроградского- Гаусса. Формула Стокса. Дифференциальные операции второго порядка и их свойства. Классификация векторных полей и их физический смысл.

Тема 9. Ряды. Ряды Фурье (4 часа).

Лекция 16. Понятие числового ряда. Сходимость ряда и его сумма. Свойства числовых сходящихся рядов. Признаки сравнения. Признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.

Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Теорема Лейбница.

Свойство остатка знакопеременного ряда и его применение для приближенных вычислений.

Лекция 17. Функциональные ряды. Степенные ряды, радиус и интервал сходимости. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора, ряд Маклорена. Остаточный член ряда. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Применение рядов в приближенных вычислениях. Ряды Фурье. Разложение функции в ряд Фурье.

5. Образовательные технологии

Процесс обучения дисциплине «Математический анализ» рекомендуется строить с опорой на традиционный подход, при котором на лекционных занятиях формируются основы теоретических знаний по дисциплине, а на практических занятиях ведется работа по усвоению теории и приобретению практических умений и навыков решения типичных задач математического анализа. При чтении лекций следует применять создание проблемных ситуаций.

С целью формирования у студентов компетенций, предусмотренных программой, следует применять следующие технологии:

- практикум с использованием практико-ориентированных задач;
- технологию деятельностного подхода;
- обучение в сотрудничестве.

6. Учебно-методические материалы

6.1. Задания и методические указания по организации и проведению практических занятий

Тема 1. Введение в анализ (10 часов).

На практических занятиях важно уделить внимание следующим вопросам:

1. Определение предела числовой последовательности, геометрический смысл.
2. Определение предела функции в точке, геометрический смысл.
3. Определения бесконечно малых и бесконечно больших функций и последовательностей.
4. Определение бесконечно большой последовательности.

$$\left(\lim_{x \rightarrow \infty} x_n = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} x_n = +\infty, \lim_{x \rightarrow \infty} x_n = -\infty \right)$$

5. Различные случаи предела функции в точке и на бесконечности

$$\left(\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a, \lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty \right).$$

6. Односторонние пределы.

7. Все определения функции непрерывной в точке.

8. Классификация точек разрыва.

9. Свойства функций, непрерывных в точке.

По теме техника вычисления пределов предлагается следующий примерный вариант проверочной работы:

Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{\sin(\pi \cdot (x+7))}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-4^{x^2}}{x \cdot \arcsin \frac{x}{2}}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-3n}-n); \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2)^3 (2x+1)^2}{(3x+1)(x+2)^4};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x^2}-1}{x^2} \right)^{\frac{6}{1+x}}; \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{3^x-3^x}{\sin x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{\pi x}{6x+1} \right)^{3x}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x-1}{x+1} \right)^{\frac{1}{\sqrt{x}-1}}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{\operatorname{tg} \pi x}.$$

Литература для подготовки к практическим занятиям:

1. Балдин, К. В. Математический анализ. [Электронный ресурс] : учеб. / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукоусев. – Электрон. дан. – М. : ФЛИНТА, 2015. – 361 с.
2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во "Лань", 2017. – 492с.
3. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.
4. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчёты : учебное пособие для вузов / Л. А. Кузнецов. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 238 с.
5. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: [учеб. пособие для вузов] : в 2-х т. / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Т. 1. – М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 415 с.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (14 часов).

На практических занятиях важно уделить внимание следующим вопросам:

1. Определение производной. Задачи, приводящие к понятию производной геометрического и физического содержания.
2. Производные элементарных функций.
3. Производная суммы, произведения, частного, сложной функции.
4. Уравнение касательной и нормали к кривой, угол между кривыми.
5. Дифференцирование показательной-степенной функции.
6. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.
7. Определение и формула дифференциала первого порядка.
8. Формула для применения дифференциала в приближённых вычислениях.
9. Определение производных и дифференциалов высших порядков. Формулы для их вычисления.
10. Правило Лопиталя. Неопределённости, раскрываемые по правилу Лопиталя, и способы их раскрытия. Границы применимости.
11. Общая схема исследования функций с помощью первой и второй производной.
12. Асимптоты графика функции.

На втором занятии проводится мини-зачёт по формулам дифференцирования.

По теме техника вычисления производных предлагается следующий примерный вариант проверочной работы:

1. Найти $\frac{dy}{dx}$: $y = \lg^3 6x - e^{\frac{1}{x}}$; $y = \ln \frac{5 + \sqrt{25 - x^2}}{x}$; $y = (\sin 3x)^x$.

2. Найти dy и d^2y , если $y = x \cdot \ln(1 - 3x)$.

3. Составить уравнение касательной к кривой $y = x - x^3$ в точке $x_0 = -1$.

4. Найти $\frac{dy}{dx}$, если $\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = 2 \sec^2 t \end{cases}$.

5. Найти $\frac{dy}{dx}$, если $x \cdot \sin y - y \cdot \cos x = 5$.

6. Вычислить приближённо $(1, 2)^6$.

7. Найти точку на кривой $y = -3x^2 + 4x + 7$, касательная в которой перпендикулярна к прямой $x - 20y + 5 = 0$.

8. Зависимость пути от времени задана уравнением $S = t \cdot \ln(1 + t)$. Найти скорость и ускорение в конце второй секунды.

Литература для подготовки к практическим занятиям:

1. Балдин, К.В. Математический анализ. [Электронный ресурс] : учеб. / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукусуев. – Электрон. дан. – М. : ФЛИНТА, 2015. – 361 с.
2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во "Лань", 2017. – 492с.
3. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд.– М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.
4. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчёты : учебное пособие для вузов / Л. А. Кузнецов. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 238 с.
5. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: [учеб. пособие для вузов] : в 2-х т. / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Т. 1. – М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 415 с

Тема 3. Неопределённый интеграл (6 часов).

На практических занятиях важно уделить внимание следующим вопросам:

1. Определение первообразной, неопределённого интеграла.
2. Свойства неопределённого интеграла.
3. Таблица неопределённых интегралов.
4. Методы интегрирования (замена, по частям, подстановки, интегрирование рациональных дробей, интегрирование радикалов). Показатели на выбор метода интегрирования.

На втором занятии проводится мини-зачёт по формулам интегрирования.

Литература для подготовки к практическим занятиям:

1. Балдин, К.В. Математический анализ. [Электронный ресурс] : учеб. / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукусуев. – Электрон. дан. – М. : ФЛИНТА, 2015. – 361 с.
2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во "Лань", 2017. – 492с.
3. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд.– М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.
4. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчёты : учебное пособие для вузов / Л. А. Кузнецов. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 238 с.
5. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: [учеб. пособие для вузов] : в 2-х т. / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Т. 1. – М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 415 с.

Тема 4. Определённый интеграл (8 часов).

На практических занятиях важно уделить внимание следующим вопросам:

1. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла.
2. Вычисление площадей, длин дуг, объёмов тел вращения в декартовой и полярной системе координат.
3. Приложения определённого интеграла в физике (вычисление работы, давления на стенку сосуда, статические моменты, координаты центра тяжести, моменты инерции).

Литература для подготовки к практическим занятиям:

1. Балдин, К.В. Математический анализ. [Электронный ресурс] : учеб. / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукоусев. – Электрон. дан. – М. : ФЛИНТА, 2015. – 361 с.
2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во "Лань", 2017. – 492с.
3. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд.– М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.
4. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчёты : учебное пособие для вузов / Л. А. Кузнецов. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 238 с.
5. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: [учеб. пособие для вузов] : в 2-х т. / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Т. 1. – М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 415 с.

Тема 5. Функции нескольких переменных (2 часа).

На практических занятиях важно уделить внимание следующим вопросам:

1. Схожесть и отличия основных понятий функции одной и нескольких переменных.
2. Дифференциал функции нескольких переменных и его приложение для приближённых вычислений.
3. Исследование функции нескольких переменных на наибольшее (наименьшее) значение в области определения и в замкнутой области.
4. Экстремумы функции нескольких переменных.
5. Понятие производной по направлению, физический смысл производной по направлению.
6. Градиент и его свойства.

Литература для подготовки к практическим занятиям:

1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: учебно-методическое пособие для физико-математического факультета / М-во образования и науки Рос. Федерации, Нижнетагил. гос. соц.-пед. акад.; авт.-сост.: Г. И. Чернова. – Нижний Тагил: НТГСПА, 2010. – 55 с.
2. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд.– М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.
3. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: [учеб. пособие для вузов] : в 2-х т. / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Т. 1. – М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 415 с.

Тема 6. Дифференциальные уравнения (8 часов).

На практических занятиях важно уделить внимание следующим вопросам:

1. Постановка задачи Коши.
2. Виды дифференциальных уравнений и методы их решения. Определение вида дифференциального уравнения.
3. Связь решений неоднородного и соответствующего однородного уравнения.
4. Метод вариации.
5. Метод неопределённых коэффициентов.

Литература для подготовки к практическим занятиям:

1. Балдин, К.В. Математический анализ. [Электронный ресурс] : учеб. / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукоусев. – Электрон. дан. – М. : ФЛИНТА, 2015. – 361 с.

2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во "Лань", 2017. – 492с.
3. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.
4. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчёты : учебное пособие для вузов / Л. А. Кузнецов. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 238 с.
5. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: [учеб. пособие для вузов] : в 2-х т. / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Т. 2. – М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 415 с.

Тема 7. Двойные интегралы (2 часа).

На практических занятиях важно уделить внимание следующим вопросам:

1. Задачи, приводящие к понятию кратного интеграла.
 2. Сведение кратного интеграла к повторному. Правила расстановки границ интегрирования.
 3. Геометрические и физические приложения кратных интегралов.
- По теме техника вычисления пределов предлагается следующий примерный вариант проверочной работы:

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_0^1 dx \int_{\frac{1-x^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$.
2. Вычислить двойной интеграл с помощью перехода к полярным координатам $\iint_D \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy$, область D определяется неравенствами $x^2 + y^2 \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.
3. С помощью двойного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{3}{x}$, $y = 4e^x$, $y = 3$, $y = 4$.
4. Найти объём тела, ограниченного поверхностями $z = 9\sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 22 - x^2 - y^2$.

Литература для подготовки к практическим занятиям:

1. Балдин, К. В. Математический анализ. [Электронный ресурс] : учеб. / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. – Электрон. дан. – М. : ФЛИНТА, 2015. – 361 с.
2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во "Лань", 2017. – 492с.
3. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.
4. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчёты : учебное пособие для вузов / Л. А. Кузнецов. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 238 с.
5. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: [учеб. пособие для вузов] : в 2-х т. / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Т. 2. – М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 415 с.

Тема 8. Криволинейные интегралы (4 часа)

На практических занятиях важно уделить внимание следующим вопросам:

1. Задача, приводящая к понятию криволинейного интеграла.
2. Физический смысл криволинейного интеграла, его свойства и вычисление.
3. Задача, приводящая к понятию поверхностного интеграла.
4. Вычисление поверхностного интеграла и его физический смысл.

Литература для подготовки к практическим занятиям:

1. Балдин К. В. Математический анализ. [Электронный ресурс] : учеб. / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. – Электрон. дан. – М. : ФЛИНТА, 2015. – 361 с.

2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во "Лань", 2017. – 492с.
3. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.
4. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчёты : учебное пособие для вузов / Л. А. Кузнецов. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 238 с.
5. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: [учеб. пособие для втузов] : в 2-х т. / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Т. 2. – М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 415 с.

Тема 9. Ряды. Ряды Фурье (6 часов)

На практических занятиях важно уделить внимание следующим вопросам:

1. Сумма ряда и сходимость ряда.
2. Признаки сравнения и признаки сходимости рядов с положительными членами.
3. Сходимость знакопеременных числовых рядов.
4. Сходимость функционального ряда.
5. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
6. Применение рядов в приближенных вычислениях.
7. Разложение функции в ряд Фурье.

Литература для подготовки к практическим занятиям:

1. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во "Лань", 2017. – 492с.
2. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления : [учеб. пособие для втузов] : в 2-х т. / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Т. 2. – М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 544 с.

6.2. Задания и методические указания по организации самостоятельной работы студента

Темы занятий	Количество часов			Содержание самостоятельной работы	Формы контроля СРС
	Всего	Аудиторных	Самостоят. работы		
Тема 1. Введение в анализ.	44	16	28	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Подготовка к проверочной работе.	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, проверочная работа по теме
Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	55	22	33	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Подготовка к мини-зачёту.	Решение задач у доски, проверка домашней работы, проверочная работа по теме, мини-зачёт по формулам
Тема 3. Неопределённый интеграл.	14	8	6	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Выполнение индивидуальной домашней работы.	Решение задач у доски, проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа, мини-зачёт по формулам
Тема 4. Определённый интеграл.	18	12	6	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Выполнение	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, домашняя

				индивидуальной домашней работы.	индивидуальная работа.
Тема 5. Функции нескольких переменных.	8	4	4	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Выполнение индивидуальной домашней работы.	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа.
Тема 6. Дифференциальные уравнения.	18	12	6	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Выполнение индивидуальной домашней работы.	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа.
Тема 7. Двойные интегралы.	8	4	4	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач. Подготовка к проверочной работе.	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, проверочная работа по теме
Тема 8. Криволинейные интегралы	9	6	3	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач.	Решение задач у доски. Проверка домашней работы.
Тема 9. Ряды. Ряды Фурье.	15	10	5	Проработка материалов лекции. Решение домашних задач.	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, домашняя индивидуальная работа.
Зачёт	9		9	Подготовка к зачёту за семестр	Ответ на зачёте
Экзамены	54		54	Подготовка к экзаменам за второй и за третий семестры	Ответ на экзаменах
Итого	252	94	158		

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение

Основная литература

1. Арнольд, В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. – Электрон. дан. – Москва : МЦНМО, 2012. – 341 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56392>
2. Балдин, К. В. Математический анализ. [Электронный ресурс] : учеб. / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукоусев. – Электрон. дан. – М. : ФЛИНТА, 2015. – 361 с. Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/74580>
3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во "Лань", 2017. – 492с.
4. Битюков, Ю. И. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами. Часть 2. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. И. Битюков, А. Н. Ильина, Я. Г. Мартюшова. – Электрон. дан. – М. : Физматлит, 2015. – 308 с. Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/91170>

Дополнительная литература

1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: учебно-методическое пособие для физико-математического факультета / М-во образования и науки Рос.

Федерации, Нижнетагил. гос. соц.-пед. акад.; авт.-сост.: Г. И. Чернова. – Нижний Тагил: НТГСПА, 2010. – 55 с.

2. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Дмитрий Письменный. – 8-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.

3. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: типовые расчёты : учебное пособие для вузов / Л. А. Кузнецов. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 238 с.

4. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: [учеб. пособие для вузов] : в 2-х т. / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Т. 1. – М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 415 с.

5. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления : [учеб. пособие для вузов] : в 2-х т. / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Т. 2. – М. : Интеграл-Пресс, 2007. – 544 с.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: [учеб. пособие для вузов] : в 2-х т. Ссылка для чтения <https://uch-lit.ru/matematika-2/dlya-studentov/piskunov-n-s-differentsialnoe-i-integ>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Лекционная аудитория – 211 А.
2. Доска, мел.
3. Мультимедиапроектор.

9. Текущий контроль качества усвоения знаний

Проверка усвоения знаний ведется в течение семестра в письменной форме (аудиторные проверочные работы, домашние работы, индивидуальные домашние задания) и устной форме в ходе практических занятий.

10. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по данной дисциплине проводится в форме зачёта (1 семестр) и экзамена (2 и 3 семестры).

Вопросы к зачёту за первый семестр (темы 1, 2)

1. Множества ограниченные, неограниченные, понятия $\sup\{M\}$ и $\inf\{M\}$. Абсолютная величина действительного числа и её свойства.
2. Функция. Область определения и область значений. Способы задания функций. Чётность. Нечётность. Монотонность. Ограниченность.
3. Понятие числовой последовательности. Её предел, теорема о единственности предела.
4. Свойства последовательностей, имеющих предел. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности.
5. Предел функции в точке. Бесконечно-малые и бесконечно-большие величины. Связь бесконечно-малых и бесконечно-больших величин.
6. Разные случаи предела функции в точке и на бесконечности. Доказать теорему о сумме бесконечно-малых величин.
7. Теоремы о пределах, выражаемые равенствами.
8. Теоремы о пределах, выражаемые неравенствами.
9. Первый замечательный предел.
10. Односторонние пределы, следствия из первого замечательного предела.
11. Второй замечательный предел.
12. Эквивалентные бесконечно-малые величины. Следствия из второго замечательного предела.
13. Непрерывность функции в точке (все определения). Точки разрыва и их классификация.

14. Непрерывность суммы, произведения, частного, сложной функции.
15. Свойства функций, непрерывных на сегменте. Теоремы Больцано-Коши № 1, №2.
16. Свойства функций, непрерывных на сегменте. Теоремы Вейерштрасса № 1, №2.
17. Задачи, приводящие к понятию производной. Геометрический и физический смысл производной.
18. Вывод формул производных $y = x^n$; $y = a^x$; $y = \log_a x$.
19. Вывод формул производных $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$.
20. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Производная частного.
21. Производная суммы и произведения.
22. Производная сложной функции.
23. Производная обратной функции. Вывести производные $y = \arcsin x$, $y = \operatorname{arccotg} x$.
24. Производная обратной функции. Вывести производные $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$.
25. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически, показательно-степенной функции.
26. Понятие дифференциала функции, его применение в приближённых вычислениях. Правила дифференцирования.
27. Свойства инвариантности дифференциала первого порядка и нарушение этого свойства для дифференциала второго порядка.
28. Производные и дифференциалы высших порядков.
29. Теоремы Ферма, Ролля, их геометрический смысл.
30. Теоремы Лагранжа, Коши и их геометрический смысл.
31. Раскрытие неопределённостей по правилу Лопиталю. Формулы Тейлора и Маклорена.
32. Асимптоты графика функции.
33. Условие постоянства и монотонности функции.
34. Необходимое условие экстремума функции. Понятие экстремума функции и нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Первое достаточное условие экстремума функции.
35. Понятие экстремума функции. Второе достаточное условие экстремума.
36. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Необходимые и достаточные условия существования точек перегиба и выпуклости кривой.

Примерные задачи для зачёта за первый семестр

1. Построить схему графика функции, используя асимптоты $y = \frac{x^3 - x^2}{4 - x^2}$.
2. Построить схему графика функции, используя асимптоты $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x+1)^2}$.
3. Построить схему графика функции, используя асимптоты $y = \frac{x^2 - 9}{x^2 - x^3}$.
4. Исследовать функцию на непрерывность, определить характер точек разрыва $y = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{1-x}}}$.
5. Исследовать функцию $y = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}}$ на непрерывность, определить характер точек разрыва.
6. Функция $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$ не определена при $x = 0$. Задайте $f(0)$ так, чтобы $f(x)$ стала непрерывной в точке $x = 0$.
7. Функция $f(x) = x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}$ не определена при $x = 0$. Задайте $f(0)$ так, чтобы $f(x)$ стала непрерывной при $x = 0$.

8. Будет ли функция $y = 5^x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1}$ ограниченной на отрезке $[0; 10]$?
9. Исследуйте на непрерывность функцию $y = \frac{\sin 3x}{x^2 + 1}$.
10. Имеет ли уравнение $x^4 - 3x^2 + 2x - 1 = 0$ хотя бы один корень на отрезке $[1; 2]$?
11. Будет ли функция $2x f(x) = 2x^9 - 4x^8 + 5x^5 + 7$ на отрезке $[-1; 1]$ принимать значение, равное 7?
12. Докажите, что функция $y = 2x + \sin x$ имеет обратную на всей числовой оси.
13. По оси движутся две точки, законы движения которых заданы формулами $x(t) = 4t^2 + 18$ и $x(t) = 5t^2 - t + 6$. С какой скоростью будут удаляться эти точки друг от друга сразу после момент встречи?
14. Расстояние S (м), пройденное телом за t секунд, определяется формулой $S(t) = \frac{1}{8}t^3 + 3t^2 + t$. Какова скорость и ускорение тела при $t = 10$?
15. Докажите, пользуясь определением предела последовательности, следующее равенство $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-9}{n-2} = 4$.
16. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\ln \frac{1}{x} \right)^x$, используя правило Лопиталья.
17. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}$, используя правило Лопиталья.

Вопросы к экзамену за второй семестр (темы 3, 4, 5)

1. Понятие первообразной, неопределённого интеграла, свойства неопределённого интеграла.
2. Таблица неопределённых интегралов, некоторые формулы с выводом.
3. Метод замены переменной, тригонометрические подстановки, примеры.
4. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле.
5. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен. Примеры.
6. Интегрирование рациональных дробей. Примеры.
7. Интегрирование тригонометрических выражений. Примеры.
8. Интегрирование иррациональных выражений. Примеры. Подстановки Чебышева.
9. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла.
10. Определение определённого интеграла и свойства определённого интеграла, выражаемые равенствами.
11. Определение определённого интеграла и свойства определённого интеграла, выражаемые неравенствами. Теорема о среднем и её геометрический смысл.
12. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле. Интегрирование по частям.
13. Необходимое условие существования определённого интеграла. Суммы Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Критерий интегрируемости.
14. Площадь плоской фигуры в декартовых координатах, параметрическом виде и в полярных координатах.
15. Понятие спрямляемости кривой. Длина дуги плоской кривой в декартовых координатах, в параметрическом виде и в полярных координатах.
16. Понятие кубичности тела. Объём тела по площади поперечного сечения и объёмы тел вращения.
17. Площадь поверхности тела вращения в декартовых координатах, в параметрическом виде и в полярных координатах.

18. Физические приложения определенного интеграла (вычисление пути, массы стержня и работы силы).
19. Понятие несобственного интеграла. Свойства и методы вычисления.
20. Определение функций двух, трех переменных, области определения, графика функции, предела, непрерывной функции.
21. Определения частных производных, дифференцируемой функции, полного дифференциала.
22. Дифференцирование сложных функций, производные высших порядков.
23. Экстремум функции двух переменных, необходимое и достаточное условия.
24. Скалярное поле, производная по направлению, градиент и его свойства.

Примерные задачи для экзамена за второй семестр

1. Найдите неопределённый интеграл $\int \frac{\cos^5 x}{\sin^3 x} dx$.
2. Найдите неопределённый интеграл $\int x \cdot \operatorname{arctg} x \cdot dx$.
3. Найдите неопределённый интеграл $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-2}} dx$.
4. Найдите неопределённый интеграл $\int x \cdot \sin 2x \cdot dx$.
5. Найти площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r = 2a \cdot \cos 2\varphi$; $r \geq a$.
6. Найти объём тела, полученного вращением вокруг оси OY площадки, ограниченной линиями $xy = 2$; $y = x$; $y = 4$.
7. Найти длину дуги кривой $\begin{cases} x = a(\cos t + t \cdot \sin t) \\ y = a(\sin t - t \cdot \cos t) \end{cases}; \quad 0 \leq t \leq \pi$.
8. Найти силу давления воды на пластину, вертикально погружённую в воду, если пластина имеет форму равнобедренного треугольника. Пластина погружена в воду вершиной вниз, основание параллельно поверхности воды и находится на расстоянии 1 м от поверхности воды (основание треугольника 2 м, высота 1 м)
9. Вычислить определённые интегралы а) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}}$; б) $\int_0^\pi x \cdot \sin x \cdot dx$.
10. Найдите неопределённый интеграл $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
11. Найдите неопределённый интеграл $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x \cdot dx$.
12. Найдите неопределённый интеграл $\int \frac{x^5 dx}{\sqrt{1-x^2}}$.
13. Найдите неопределённый интеграл $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx$.

Вопросы к экзамену за третий семестр (темы 6, 7, 8, 9)

1. Определения дифференциального уравнения, дифференциального уравнения первого порядка, общего и частного решения, их геометрический смысл. Формулировка Задачи Коши.
2. Определения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными, однородного, линейного и Бернулли и методы их решения.
3. Определение однородной функции. Определение дифференциальных уравнений высших порядков, общего и частного решения, типы дифференциальных уравнений, допускающие понижение порядка.

4. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков однородные и неоднородные с постоянными коэффициентами.
5. Понятие линейной зависимости и независимости функций, определитель Вронского, его свойства. Определение фундаментальной системы решений. Теоремы о структуре общего решения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения.
6. Решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами, метод вариации и метод неопределённых коэффициентов.
7. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, его свойства и вычисление.
8. Криволинейные интегралы по координатам. Задача, приводящая к понятию криволинейного интеграла.
9. Свойства криволинейного интеграла и его вычисление. Формула Грина, её применение.
10. Независимость криволинейного интеграла от формы пути интегрирования, физический смысл этого понятия. Восстановление функции по её полному дифференциалу.
11. Векторное поле и его характеристики. Набла-оператор. Задача, приводящая к понятию поверхностного интеграла.
12. Формулы Остроградского-Гаусса и Стокса в векторной и координатной форме.
13. Дифференциальные операции второго порядка и их свойства.
14. Классификация векторных полей и физический смысл дивергенции и ротора в этих полях.
15. Числовые ряды. Основные понятия. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Гармонический ряд и геометрическая прогрессия. Простейшие свойства числовых сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда.
16. Необходимое достаточное условие сходимости ряда с положительными членами. Признаки сравнения. Признаки сходимости ряда: Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.
17. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды, признак Лейбница, свойство остатка знакопередающегося ряда. Абсолютная и условная сходимость.
18. Функциональные ряды. Основные понятия, равномерная сходимость. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Радиус, интервал сходимости. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.
19. Разложение функций в степенные ряды Тейлора и Маклорена. Необходимые и достаточные условия разложения функций в ряд Тейлора.

Примерные задачи для экзамена за третий семестр

1. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0$.
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения первого порядка $xy' = \frac{3y^3 + 4x^2y}{2y^2 + 2x^2}$.
3. Найти решение задачи Коши $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x$, $y(-1) = \frac{3}{2}$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $xy''' + 2y'' = 0$.
5. Найдите область определения функции $z = \arcsin \frac{x-3}{y}$ и изобразите её на координатной плоскости.
6. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{(3,95)^2 + (3,03)^2 + 2}$.
7. Найдите частные производные первого порядка сложной функции $z = (\sin x) \cdot e^y$, где $x = t^2$, $y = \cos t$.

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$.
9. Найти массу однородного тела, ограниченного поверхностью $z = 5 - x^2 - y^2$ и плоскостью $z = 1$.
10. Вычислить координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями $z = 1 - x^2 - y^2$ и $z = 0$.
11. Вычислить $\iint_{(D)} 8ye^{4xy} dx dy$, если $D: y = \ln 3, y = \ln 4, x = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2}$.
12. Найти массу пластины. Пластина Ω задана ограничивающими её кривыми, ρ – поверхностная плотность;
 $\Omega: x = 2, y^2 = 2x, y = 0 (y \geq 0); \rho = \frac{7x^2}{4} + y$.
13. Вычислить по формуле Грина и непосредственно в положительном направлении криволинейный интеграл $\oint_L xy dx + (y - x) dy$, где $L: y = x^3, y = 0, x = 1$.
14. Найти функцию $z(x, y)$, если известен полный дифференциал функции $dz = \left(y^2 + \frac{y}{\cos^2 x} \right) dx + (2xy + \operatorname{tg} x) dy$.
15. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 4^n}{5^n}$;
16. Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$;
17. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{(n^2+1)} \cdot x^n$, исследовать поведение ряда на концах области сходимости.
18. Разложить функцию в ряд Маклорена функцию $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$;
19. Разложить функцию в ряд Тейлора в окрестности точки $x = 2$ функцию $f(x) = \frac{1}{x}$.
20. Найти сумму ряда и указать интервал сходимости: $1 - 3x^2 + 5x^4 - 7x^6 + \dots$
21. Разложить в ряд функции $y = \sin x, y = e^x$.
22. Разложить в ряд функции $y = \cos x, y = \ln(1+x), y = \operatorname{arctg} x$.

Критерии оценки ответа студента на зачёте

Билет на зачёте в 1 семестре содержит один теоретический вопрос и 3 задачи.

За ответ на зачёте ставится оценка:

«зачтено» – если студент не делает ошибок в формулировках определений и теорем и решает все задачи хотя бы «на половину»,

«не зачтено» – в остальных случаях.

Критерии оценки ответа студента на экзамене

Экзаменационный билет состоит из двух частей: теоретической и практической.

Теоретическая часть предполагает знание основных понятий, формул, теорем.

Практическая часть содержит перечень задач и упражнений по основным темам курса.

Задачи подбираются так, чтобы их решение отвечало основному содержанию курса.

За ответ на экзамене ставится оценка:

«отлично», если:

- студент не делает ошибок в формулировках всех требуемых определений и теорем;
- в ответе на теоретический вопрос студент ясно и обосновано излагает содержание;
- решение задач не содержит грубых ошибок.

«хорошо», если:

- студент не делает ошибок в формулировках всех требуемых определений и теорем;
- задачи в целом решены, но имеют ошибки вычислительного характера;

«удовлетворительно», если:

- студент допускает неточности в формулировках определений и теорем;
- решена только часть задач, в некоторых решение не закончено.

«неудовлетворительно», если:

- студент не знает формулировки определений и теорем;
- студент не владеет навыками решения основных элементарных задач курса.