

Министерство просвещения Российской Федерации
Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал)
федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики
Кафедра естественных наук и физико-математического образования

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.01.04 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

Уровень высшего образования
Направление подготовки

Бакалавриат
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Профили
Форма обучения

Математика и информатика
Очная

Нижний Тагил
2021

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика». Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», Нижний Тагил, 2021. – 12 с.

Настоящая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

Авторы: кандидат пед. наук, доцент кафедры ЕНФМ  Е.В. Вязовова

Одобрена на заседании кафедры ЕНФМ 18 марта 2021 г., протокол №7

Заведующий кафедрой ЕНФМ  О.В. Полявина

Рекомендована к печати методической комиссией ФЕМИ 02 апреля 2021 г., протокол № 5

Председатель методической комиссии ФЕМИ  Н.З. Касимова

© Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», 2021.
© Вязовова Елена Владимировна, 2021.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы4
3. Результаты освоения дисциплины4
4. Структура и содержание дисциплины5
 - 4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы5
 - 4.2. Содержание и тематическое планирование дисциплины6
 - 4.3. Содержание тем дисциплины6
5. Образовательные технологии7
6. Учебно-методические материалы7
 - 6.1. Организация самостоятельной работы студентов7
 - 6.2. Организация текущего контроля и промежуточной аттестации13
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение13
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины14

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель курса: изучение теоретических и алгоритмических основ базовых разделов дискретной математики, формирование у студентов навыков описания дискретных объектов в прикладных задачах.

Задачи курса:

- сформировать навыки описания и оценивания дискретных величин;
- научить составлять и решать простейшие рекуррентные соотношения;
- изучить основные положения теории графов, реализуя их применение при решении практических и профессиональных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Дискретная математика» является частью учебного плана по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика и информатика». Дисциплина Б1.В.01.04 «Дискретная математика» включена в Блок Б.1 «Дисциплины (модули)», Б1.В часть, формируемая участниками образовательных отношений. Дисциплина реализуется в НТГСПИ (ф) РГППУ на кафедре естественных наук и физико-математического образования.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина направлена на формирование и развитие следующих компетенций

Категория (группа) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1. Знает основные источники и методы поиска информации, необходимой для решения поставленных задач
		ИУК 1.2. Умеет осуществлять поиск информации для решения поставленных задач, применять методы критического анализа и синтеза информации
		ИУК 1.3. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки; отличает факты от мнений, интерпретаций и оценок; применяет методы системного подхода для решения поставленных задач
		ИУК 1.1. Знает основные источники и методы поиска информации, необходимой для решения поставленных задач
		ИУК 1.2. Умеет осуществлять поиск информации для решения поставленных задач, применять методы критического анализа и синтеза информации
Научные основы педагогической деятельности	ПК-7 Способен формировать у обучающихся умения моделировать объекты и процессы окружающей реальности и пользоваться заданной математической или информационной моделью	7.1. Знает понятие «модель», виды и свойства моделей; имеет представление о моделировании и его основных этапах.
		7.2. Умеет обучать описывать и формализовывать предметную область, строить математические и информационные модели процессов окружающей среды, в том числе и с использованием ИКТ.
		7.3. Подготовлен к построению математических моделей в различных предметных областях и реализации их с использованием ИКТ.
	ПК-8 Способен формировать у обучающихся	8.1. Знает основные математические понятия и основы теоретической информатики, связи между ними и возможности использования при решении математических задач.

	конкретные знания, умения и навыки в области математики и информатики	8.2. Умеет решать типовые математические задачи и обучать методам их решения.
		8.3. Умеет решать типовые задачи по информатике и программированию и обучать методам их решения.
		8.4. Подготовлен решать задачи разного уровня сложности по математике и информатике, определяя их место в школьном курсе.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

- основные понятия, факты и закономерности, характеризующие свойства абстрактных дискретных объектов;
- основные методы дискретного анализа, в том числе комбинаторные методы, методы теории графов, теории рекуррентных соотношений и производящих функций, теории конечных сумм;

уметь:

- реализовывать классические арифметические, теоретико-числовые и комбинаторные алгоритмы при решении практических задач;
- оценивать эффективность и сложность алгоритмов символьных преобразований;
- применять изученные алгоритмические методы в ходе профессиональной деятельности;

владеть:

- классическими арифметическими, теоретико-числовыми и комбинаторными алгоритмами;
- навыками практической работы с дискретными объектами, в том числе при осуществлении учебного процесса.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Вид работы	Форма обучения
	Очная
	5 семестр
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	108
Контактная работа, в том числе:	38
Лекции	16
Практические занятия	22
Самостоятельная работа	70
Изучение теоретического курса	10
Самоподготовка к текущему контролю знаний	12
Выполнение контрольной работы	12
Подготовка к экзамену, сдача экзамена	36

4.2. Содержание и тематическое планирование дисциплины

№ п.п.	Раздел, тема	Распределение часов				Формы контроля
		Всего	Лекции	Практ. зан.	С. р.	
5 семестр						
1	Конечные суммы и рекуррентные соотношения					
	Преобразования сумм. Некоторые виды сумм	6	1	2	3	К. р. № 1,
	Рекуррентные соотношения и методы их решения	7	2	2	3	К.р. № 1,
2	Введение в асимптотические методы	8	2	2	4	Обсуждение на занятии
3	Элементы математической логики					
	3.1. Логические операции над высказываниями	6	1	2	3	К. р. № 2,
	3.2. ДНФ, СНФ, СДНФ, СКНФ	6	1	2	3	К. р. № 2,
	3.3. Булевы функции	6	1	2	3	
	3.4 Приложения алгебры высказываний	7	2	2	3	К. р. № 2,
4	Элементы теории графов					
	4.1. Основные понятия теории графов	8	2	2	4	К. р. № 3,
	4.2. Деревья и алгоритмы	8	2	2	4	К. р. № 3,
	4.3. Взвешенные графы	10	2	4	4	К. р. № 3,
	Экзамен	36				
	Итого	108	16	22	34	

4.3. Содержание тем дисциплины

Тема 1. Конечные суммы и рекуррентные соотношения

Понятие рекуррентного соотношения. Примеры задач, приводящих к рекуррентным соотношениям. Числа Фибоначчи. Способы решения рекуррентных соотношений: применение метода производящих функций к решению рекуррентных соотношений.

Суммы и рекуррентности. Способы записи конечных сумм. Преобразования сумм. Кратные суммы. Некоторые методы суммирования. Целочисленные функции.

Тема 2. Введение в асимптотические методы

Символы $\sim$, o , O . Основные правила использования этих символов. Асимптотические решения рекуррентных соотношений. Формула суммирования Эйлера, формула Стирлинга (без доказательства).

Тема 3. Элементы математической логики

Высказывания. Отрицание, дизъюнкция, конъюнкция, импликация, эквиваленция. Формулы логики высказываний. Равносильные ФЛВ. Тавтология, противоречие. Математический язык.

Булева алгебра. Булевы векторы и функции. Способы задания булевых функций. Разложение булевых функций. Формулы. Дизъюнктивные и конъюнктивные формы. Полином Жегалкина. СДНФ, СКНФ, минимизация булевых выражений. Релейно-контактные схемы. Таблицы Поста.

Тема 4. Элементы теории графов.

Основные понятия теории графов. Способы задания графа. Изоморфизм графов. Теорема о сумме степеней вершин графа и следствие из нее. Путь, цепь, цикл, простой цикл. Связные графы. Компоненты связности. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Решение задачи о кенигсбергских мостах. Деревья. Критерий "древесности" графа. Двудольные графы. Критерий двудольности. Планарные и плоские графы. Теорема Эйлера о многогранниках. Непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$. Гипотеза четырех красок.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В курсе «Дискретная математика» применяются традиционные формы организации аудиторной работы: лекции (в том числе интерактивные), практические занятия, коллоквиумы, в рамках которых предусмотрено использование технологии проблемного обучения, активных форм и методов обучения, представленных в таблице. Удельный вес занятий, проводимых в интерактивной форме, составляет 27,8%.

Название раздела, темы	Вид занятий	Активные формы и методы обучения
Рекуррентные соотношения. Решение неоднородных линейных рекуррентных соотношений с постоянными коэффициентами	Практическое занятие	Работа в малых группах: исследование неоднородной части линейных рекуррентных соотношений с постоянными коэффициентами, решение контрольных вопросов и контрольных задач.
Элементы математической логики. Применение алгебры высказываний	Практическое занятие	Учебная исследовательская работа (УИР) по изучению релейно-контактных схем и логических схем автоматов. Защита работ. Решение творческих задач.
Элементы математической логики. Применение алгебры высказываний к решению логических задач	Практическое занятие	Работа в группах по решению кейсов, содержащих конкретные логические задачи из юриспруденции, экономики.
Теория графов. Раскраски	Интерактивная лекция	Круглый стол «Гипотеза четырех красок».

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

6.1. Организация самостоятельной работы студентов

Темы занятий	Количество часов			Содержание самостоятельной работы	Формы контроля СРС
	Всего	Аудиторных	Самост. работы		
Тема 1. Конечные суммы и рекуррентные соотношения	13	7	6	Разобрать методы решения линейных рекуррентных соотношений с постоянными коэффициентами. Выполнение домашней работы	Решение задач у доски. Проверка домашней работы.
Тема 2. Введение в асимптотические методы	8	4	4	Выполнение домашней работы	Решение задач у доски. Проверка домашней работы.

Тема 3. Элементы математической логики	25	13	12	Выучить основные определения понятий по теме. Выучить операции над высказываниями, алгоритмы получения СДНФ, СКНФ. Решить предложенные на дом задачи.	Решение задач у доски. Проверка домашней работы.
Тема 4. Элементы теории графов	26	14	12	Выучить основные определения понятий по теме. Самостоятельно изучить тему «Гамильтоновы графы». Разобрать алгоритм Форда-Беллмана нахождения минимального пути в орграфе. Разобрать доказательство теоремы Форда-Фалкерсона и задачи по теме «Сетевое планирование и управление». Разобрать решение задач о взвешенных графах (поиск минимального пути, проблема коммивояжера). Решить предложенные на дом задачи.	Решение задач у доски. Проверка домашней работы.
Подготовка к экзамену	36		36	Подготовка к экзамену	
Всего	108	38	70		

Перечень вопросов для самоконтроля

1. Дайте определение асимптотического равенства двух функций.
2. Приведите примеры асимптотически равных функций.
3. Охарактеризуйте равенство $f(x) = O(g(x))$. Приведите примеры функций, связанных таким равенством.
4. Сформулируйте и докажите теорему о свойствах символа O .
5. Охарактеризуйте равенство $f(x) = o(g(x))$? Приведите примеры функций, связанных таким равенством.
6. Запишите формулу суммирования Эйлера.
7. Запишите основные правила преобразования конечных сумм.
8. Перечислите основные методы суммирования.
9. Определите понятие рекуррентное соотношение.
10. Опишите алгоритм решения линейного рекуррентного соотношения:
 - а) в случае попарно различных корней характеристического уравнения;
 - б) в случае наличия кратных корней характеристического уравнения.
11. Дайте определение производящей функции.
12. Выведите формулу n -го члена последовательности Фибоначчи методом производящих функций.
13. Дайте определения понятий: формула алгебры высказываний, равносильные формулы алгебры высказываний, тавтология, противоречие.
14. Дайте определения операций над высказываниями.
15. Перечислите основные равносильности.
16. Перечислите способы задания булевых функций.
17. Дайте определение мультиграфа, псевдографа, полного графа.
18. Сформулируйте и докажите теорему о сумме степеней вершин графа.
19. Перечислите способы задания графов.
20. Дайте определение пути, простого пути, цикла, простого цикла.
21. Дайте определения связанных вершины графа, компонента связности графа, связного графа, Эйлера графа.

22. Сформулируйте и докажите критерий эйлеровости графа.
23. Опишите решение задачи о кенигсбергских мостах.
24. Дайте определение дерева, леса. Приведите пример задачи, связанной с понятием дерева.
25. Сформулируйте и докажите критерий "древесности" графа.
26. Сформулируйте и докажите критерий двудольности графа.
27. Приведите значение выражения "граф укладывается на поверхности S ".
28. Дайте определение плоского графа, планарного графа.
29. Сформулируйте и докажите теорему Эйлера о многогранниках.
30. Докажите непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$.
31. Сформулируйте и докажите Теорему Понтрягина-Куратовского.
32. Сформулируйте гипотезу четырех красок.
33. Приведите примеры применения алгоритмов при исследовании взвешенных графов.

6.2. Организация текущего контроля и промежуточной аттестации

Текущий контроль усвоения знаний ведется по итогам выполнения практических заданий, сделанных студентами в ходе практических занятий. На занятиях ведется также проверка владения терминами и понятиями в форме устного или письменного опроса. По отдельным темам для проверки текущих знаний проводится компьютерное тестирование. В процессе обучения предусмотрена подготовка сообщений и рефератов по предложенным темам.

Типовые задания	Основные показатели оценки результата
Устный опрос по теме: Основные определения теории графов	Приведены основные определения теории графов: граф, подграф, полный граф, мультиграф, простой граф, двудольный граф и т.д.
Устный опрос по теме: Операции над высказываниями, формулы алгебры высказываний	Приведены определения: высказывание, сложное высказывание, операции над высказываниями (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция), формула алгебры высказываний. Приведены примеры
Практическое задание: Решение логических задач с помощью алгебры высказываний	Решены и оформлены логические задачи с применением алгебры высказываний.
Практическое задание: Решение задач по теории графов	Выполнены и оформлены практические задачи на теорему о сумме степеней графа.
Практическое задание: Решение задач по комбинаторике	Выполнены задачи на нахождение количества комбинаций с помощью основных правил и комбинаторных соединений с повторениями и без

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1.

1. Запишите в развернутом виде суммы , _____ .
2. Выразите сумму в виде троекратной суммы:
 - а) суммируя сначала по k , потом по j , затем по i ;
 - б) суммируя сначала по i , потом по j , затем по k .
 Выписать полученные суммы в развернутом виде.

3. Найдите суммы: а) $\sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot k^2$ б) $\sum_{k=1}^n k \cdot 2^k$ в) $\sum_{k=1}^n k^3$ г) $\sum_{k=1}^n \frac{2 \cdot k + 1}{k \cdot (k + 1)}$.
4. Найти общее решение рекуррентного соотношения:

$$\text{a) } a_{n+2} - 6 \cdot a_{n+1} + 8 \cdot a_n = 0,$$

б)

$$\text{в) } a_{n+2} = -a_n,$$

г)

$$a_{n+2} + 4 \cdot a_n = 2^n \cdot \left(5 \cdot \cos \frac{\pi \cdot n}{2} - 6 \cdot \cos \frac{\pi \cdot n}{2} \right)$$

5. Выписать в замкнутой форме производящую и экспоненциальную производящую функции для последовательности $a_n = 2^n + 3^n$.

Контрольная работа №2

1. Заполнить истинностную таблицу для следующей формулы логики высказываний:

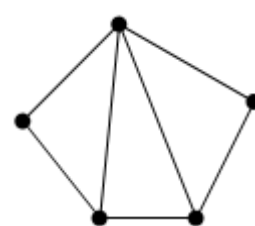
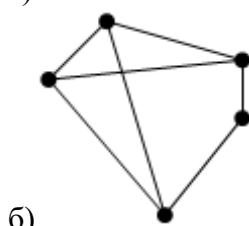
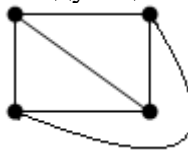
$$(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge \neg C \rightarrow A \vee C)$$

2. Определить булеву функцию для следующей схемы:

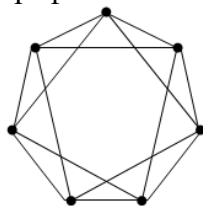
3. Нарисовать РКС, соответствующую булевой функции
4. Найти минимальную форму булева выражения
- $$x_1 x_2 x_3 \oplus x_1 \bar{x}_2 x_3 \oplus x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \oplus \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \oplus \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$$

Контрольная работа №3

- Можно ли 15 телефонов соединить между собой так, чтобы каждый из них был связан ровно с 11 другими?
- Выяснить, являются ли изоморфными следующие графы:



- В стране Цифряндии есть 9 городов с названиями 1, 2, ..., 9. Путешественник обнаружил, что 2 города соединены авиалинией в том и только том случае, если двузначное число, составленное из цифр – названий городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?
- Выяснить является ли планарным граф:



Критерии оценивания практического задания

- оценка «отлично» – работа выполнена полностью и правильно;
- оценка «хорошо» – работа выполнена правильно с учетом 2-3 несущественных ошибок исправленных самостоятельно по требованию преподавателя;
- оценка «удовлетворительно» – работа выполнена правильно не менее, чем на половину или допущена существенная ошибка;
- оценка «неудовлетворительно» – допущены две (и более) существенные ошибки в ходе работы, которые студент не может исправить даже по требованию преподавателя.

Вопросы к экзамену

Тема 1. Конечные суммы и рекуррентные соотношения

- Формула суммирования Эйлера. Основные правила преобразования конечных сумм.
- Алгоритм решения линейного рекуррентного соотношения:
 - в случае попарно различных корней характеристического уравнения;
 - в случае наличия кратных корней характеристического уравнения.

Тема 2. Введение в асимптотические методы

- Асимптотически равные функции. Примеры
- Равенство $f(x) = o(g(x))$. Примеры функций, связанных таким равенством.

5. Производящая функция. Примеры.
6. Формула n -го члена последовательности Фибоначчи.

Тема 3. Элементы математической логики

7. Высказывания. Операции над высказываниями: отрицание, дизъюнкция, конъюнкция, импликация, эквиваленция.
8. Формулы логики высказываний. Основные равносильности.
9. Булевы функции и соответствующие им формулы.
10. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. СДНФ, СКНФ, теоремы о ДНФ и КНФ.
11. Полные системы булевых функций. Теорема Поста о полноте. Таблицы Поста.
12. Конечные автоматы и способы их задания.

Тема 4. Элементы теории графов

13. Понятие графа и мультиграфа. Способы их представления. Подграф.
14. Маршруты, связность. Эйлеровы графы. Критерии эйлеровости.
15. Деревья. Теорема о цепях и деревьях.
16. Теорема о сумме степеней вершин графа и следствие из нее.
17. Цикломатическое число, ранг и каркас графа. Характеризация деревьев в терминах цикломатических чисел.
18. Двудольные графы. Критерий двудольности.
19. Планарные графы. Теорема Эйлера о многогранниках.

Критерии оценивания

Билет экзамена содержит два теоретических вопроса и две задачи.

За ответ на экзамене ставится оценка:

«отлично», если студент отвечает полностью на все вопросы, и его ответ содержит не более двух недочётов;

«хорошо», если студент отвечает в целом на теоретические вопросы и решает задачу «наполовину»;

«удовлетворительно», если студент отвечает полностью на два из трёх вопросов билета;

«неудовлетворительно» – во всех остальных случаях.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Мальцев, И. А. Дискретная математика [Электронный ресурс]. – СПб.: Лань, 2011. – 304 с.
2. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы [Электронный ресурс]: Учебное пособие / С.В. Микони. – СПб.: Издательство «Лань», 2012. – 192 с.

Дополнительная литература

1. Иванов, Б. Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс [Текст] : [учебник для вузов по специальности "Прикладная математика и информатика" / Б. Н. Иванов. – М.: Известия, 2011. - 511 с.
2. Конышева, Л. К. Задачник по дискретной математике [Текст] : [учеб.-метод. пособие для вузов] / Л. К. Конышева, В. В. , Мешков ; М-во образования и науки Рос. Федерации, ГОУ ВПО "Рос. гос. проф.-пед. ун-т", Учреждение Рос. акад. образования "Урал. отд-ние". – Екатеринбург : РГППУ, 2010. - 139 с.
3. Конышева, Л. К. Дискретная математика [Текст] : учебное пособие / Л. К. Конышева ; М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГАОУ ВПО "Рос. гос. проф.-пед. ун-т", Учреждение Рос. акад. образования "Урал. отд-ние". - Екатеринбург : РГППУ, 2010. - 205 с.

Интернет-ресурсы

1. Лекториум. Дискретная математика [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.lektorium.tv/diskretnaya-matematika> (дата обращения 2019 г.).
2. Дискретная математика: алгоритмы и структуры данных [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title> (дата обращения 2019 г.).
3. Math.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.math.ru/> – (дата обращения 2019 г.).

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Аудитория – 214 А.
2. Доска, мел.
3. Мультимедиапроектор.