

Министерство просвещения Российской Федерации
Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал)
федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования
«Российский государственный профессионально-педагогический университет»

Факультет естествознания, математики и информатики
Кафедра естественных наук и физико-математического образования

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.01.ДВ.03.02 ПРАКТИКУМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ
МАТЕМАТИКЕ

Уровень высшего образования
Направление подготовки

Бакалавриат
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Профили
Форма обучения

Математика и информатика
Очная

Рабочая программа дисциплины «Практикум решения задач по высшей математике». Нижнетагильский государственный социально-педагогический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет», Нижний Тагил, 2021. – 16 с.

Настоящая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

Автор: кандидат пед. наук, доцент кафедры ЕНФМ



Т. Ю. Паршина

Одобрена на заседании кафедры ЕНФМ 18 марта 2021 г., протокол №7

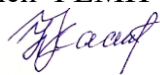
Заведующий кафедрой ЕНФМ



О.В. Полявина

Рекомендована к печати методической комиссией ФЕМИ 02 апреля 2021 г., протокол № 5

Председатель методической комиссии ФЕМИ



Н.З. Касимова

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Результаты освоения дисциплины.....	4
4. Структура и содержание дисциплины.....	6
4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы.....	6
4.2. Учебно-тематический план	7
4.3. Содержание дисциплины.....	8
5. Образовательные технологии.....	9
6. Учебно-методические материалы.....	9
6.1. Организация самостоятельной работы студентов	9
6.2. Организация текущего контроля и промежуточной аттестации	12
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение.....	15
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	16

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины:

- сформировать специальные компетенции у студентов на основе обучения их высшей математике;
- систематизировать имеющиеся у студентов знания по высшей математике;
- создать студентам условия для развития самопознания, самоопределения, самореализации;
- способствовать формированию у студентов таких качеств личности, как мобильность, умение работать в коллективе, ответственность.

Задачи:

- сформировать у студентов знание связей высшей и элементарной математики;
- обогатить опыт решения стандартных задач высшей математики;
- дополнить знания новыми фактами, необходимыми для решения задач школьного курса математики;
- развить у студентов умения осуществлять анализ собственной будущей профессиональной деятельности, осмысливать способы достижения результатов своей деятельности, анализировать затруднения, возникающие в процессе учебно-познавательной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Практикум решения задач по высшей математике» является частью учебного плана по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика» и «Информатика». Дисциплина Б.1.В.01.ДВ.03.02 «Практикум решения задач по высшей математике» включена в Блок Б.1 «Дисциплины (модули)» и является составной частью раздела «Часть, формируемая участниками образовательных отношений» модуля Б.1.В.01.ДВ.03 «Дисциплины (модули) по выбору 3». Дисциплина реализуется в НТГСПИ на кафедре естественных наук и физико-математического образования.

Данная дисциплина логически связана с дисциплинами профиля «Математика» (Практикум по решению задач элементарной математики, Математический анализ, Алгебра и теория чисел, Линейная алгебра, Аналитическая геометрия, Геометрия, Теоретические основы школьной математики, Элементарная математика с точки зрения высшей, Методика обучения и воспитания математике, Решение задач повышенной сложности по математике), которые изучаются на первом - пятом курсах.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина направлена на формирование и развитие следующих компетенций:

Таблица № 1

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	ОТФ из Профстандарта
ПК-3 – способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса	ИПК 3.1. Знает закономерности, принципы и уровни формирования и реализации содержания образования; структуру, состав и дидактические единицы содержания школьных предметов: ...	А. Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего
	ИПК 3.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для реализации в различных формах обучения в соответствии с дидактическими целями и возрастными особенностями	

	обучающихся	образования.
	ИПК 3.3. Владеет предметным содержанием; умениями отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной форм обучения	В. Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ
ПК7. Способен формировать у обучающихся умения моделировать объекты и процессы окружающей реальности и пользоваться заданной математической или информационной моделью.	ИПК 7.1. Знает понятие «модель», виды и свойства моделей; имеет представление о моделировании и его основных этапах.	А. Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования. В. Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ
	ИПК 7.2. Умеет обучать описывать и формализовать предметную область, строить математические и информационные модели процессов окружающей среды, в том числе и с использованием ИКТ.	
	ИПК 7.3. Подготовлен к построению математических моделей в различных предметных областях и реализации их с использованием ИКТ.	
ПК8. Способен формировать у обучающихся конкретные знания, умения и навыки в области математики и информатики.	ИПК 8.1. Знает основные математические понятия и основы теоретической информатики, связи между ними и возможности использования при решении математических задач.	А. Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования. В. Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ
	ИПК 8.2. Умеет решать типовые математические задачи и обучать методам их решения.	
	ИПК 8.3. Умеет решать типовые задачи по информатике и программированию и обучать методам их решения.	
	ИПК 8.4. Подготовлен решать задачи разного уровня сложности по математике и информатике, определяя их место в школьном курсе.	

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

31. Непрерывность функции в точке, свойства функций, непрерывных на отрезке непрерывность основных элементарных функций.

32. Равномерную непрерывность функции на множестве.

33. Производная функции её геометрический и физический смысл, производная обратной и сложной функции, производные основных элементарных функций.

34. Дифференциал функции, правила дифференцирования, производные высших порядков.

35. Исследование функций с помощью производных, правило Лопиталя, асимптоты графика функции.

36. Алгебру комплексных чисел и их применение в различных областях математики.

37. Понятие линейного оператора векторного пространства.

38. Определения основных понятий теории групп и теории колец.

39. Определения основных понятий теории евклидовых пространств.

Уметь:

У1. Переводить комплексное число из алгебраической формы в тригонометрическую и наоборот; умножать, делить, возводить в степень и извлекать корни из комплексных чисел, находить сопряженное числу, модуль числа.

У2. Применять комплексные числа для решения задач алгебры и геометрии.

У3. Вычислять скалярное произведение векторов, длину вектора, производить действия сложения арифметических векторов и умножения вектора на скаляр.

У4. Определять, является ли преобразование линейным, строить его матрицу в заданном базисе и переходить к другому базису.

У5. Применять аппарат математического анализа для нахождения производных, исследования функций.

У6. Строить графики функций.

У7. Находить все подгруппы конечных циклических групп.

У8. Раскладывать группу по подгруппе.

У9. Определять, является ли подгруппа нормальным делителем группы, а подкольцо – идеалом кольца.

У10. Строить факторгруппу, факторкольцо.

Владеть:

В1. Навыками решения стандартных задач высшей математики.

В2. Навыками применения аппарата дифференциального исчисления и аппарата линейной алгебры для решения прикладных задач.

В3. Приёмами самоорганизации и умениями самоконтроля учебной деятельности.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины и виды контактной и самостоятельной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачётных единиц (360 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице № 2.

Таблица № 2

Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Вид работы	Форма обучения
	Очная
	2-4 курсы
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	360
Контактная работа, в том числе:	114
Лекции	-
Практические занятия	114
Самостоятельная работа, в том числе:	165
Изучение теоретического курса	55
Самоподготовка к текущему контролю знаний	110
Подготовка к зачёту с оценкой, экзамену	81

Таблица № 3

Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ и семестрам

Вид работы	семестр				
	4	5	6	7	8
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	72	72	54	72	
Контактная работа, в том числе:	24	24	18	24	24
Лекции	-	-		-	
Практические занятия	24	24	18	24	24
Самостоятельная работа, в том числе:	48	48		39	30
Изучение теоретического курса					
Самоподготовка к текущему контролю знаний					
Подготовка к зачётам, экзаменам			36 экзамен	9 зачёт с оценкой	36 экзамен

Таблица № 4

4.2. Учебно-тематический план

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контактная работа		Сам. работа	Формы текущего контроля успеваемости
		Лекции	Практич. занятия		
2 курс, 4 семестр					
Тема 1. Конечномерные векторные пространства	72		24	48	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, проверочные работы по теме. Выполнение домашней контрольной работы.
Конечномерное векторное пространство.	24		8	16	
Связь между координатами строчками одного вектора в разных базисах.	24		8	16	
Евклидово пространство.	24		8	16	
Всего за семестр	72	-	24	48	
3 курс, 5 семестр					
Тема 2. Комплексные числа	12	-	4	8	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, проверочные работы по теме. Выполнение домашней контрольной работы.
Приложения комплексных чисел в алгебре, геометрии, тригонометрии	12	-	4	8	
Тема 3. Линейные преобразования векторных пространств	60		20	40	
Линейные преобразования, их свойства.	12		4	8	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, проверочные работы по теме. Выполнение домашней контрольной работы. Опрос по теории.
Алгебра линейных преобразований.	12		4	8	
Прямая сумма подпространств.	6		2	4	
Ядро и образ линейного преобразования.	12		4	8	
Обратимые линейные преобразования	6		2	4	
Собственные векторы и собственные значения линейных отображений.	12		4	8	

Всего за семестр	72	-	24	48	
3 курс, 6 семестр					
Тема 4. Исследование функций одной действительной переменной	18		18		Решение задач у доски. Проверка домашней работы, проверочные работы по теме.
Непрерывность функции.	4		4		Выполнение домашней контрольной работы. Опрос по теории.
Производная функции.	4		4		
Исследование функций с помощью производной.	4		4		
Приложения производной.	6		6		
Подготовка к экзамену	36			36	
Всего за семестр	54		18	36	
4 курс, 7 семестр					
Тема 5. Сравнения с переменной	26	-	10	16	
Сравнения первой степени	16		6	10	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, проверочные работы по теме. Выполнение домашней контрольной работы. Опрос по теории.
Сравнения высших степеней	10		4	6	
Тема 6. Приложения теории сравнений	37	-	14	23	
Признаки делимости	20	-	6	14	
Обращение обыкновенной дроби в систематическую	17	-	8	9	
Подготовка к зачёту с оценкой	9	-		9	
Всего за семестр	72		24	48	
4 курс, 8 семестр					
Тема 7. Элементы общей алгебры	54	-	24	30	
Подгруппа группы. Циклические группы.	16		8	8	Решение задач у доски. Проверка домашней работы, проверочные работы по теме. Опрос по теории.
Разложение группы по подгруппе. Факторгруппа.	12		4	8	
Идеалы кольца. Факторкольцо.	16		8	8	
Евклидовы кольца	10		4	6	
Подготовка к экзамену	36	-		36	
Всего за семестр	90	-	24	66	
Всего по дисциплине	360	-	114	246	

4.3. Содержание разделов (тем) дисциплины

Тема 1. Конечномерные векторные пространства

Конечномерное векторное пространство. Связь между координатами строчками одного вектора в разных базисах. Евклидово пространство, длина вектора, ортогональный и ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Скалярное произведение векторов.

Тема 2. Комплексные числа

Геометрическое представление комплексных чисел, геометрический смысл модуля и аргумента. Построение циркулем и линейкой суммы, разности, произведения и частного двух комплексных чисел. Приложения комплексных чисел в алгебре, геометрии, тригонометрии: задачи на вычисление и доказательство.

Тема 3. Линейные преобразования векторных пространств

Линейные преобразования, их свойства. Матрица линейного преобразования. Алгебра линейных преобразований и ее изоморфизм полной матричной алгебре. Прямая сумма подпространств. Ядро и образ линейного преобразования. Ранг и дефект линейного преобразования. Обратимые линейные преобразования. Собственные векторы и собственные значения линейных отображений.

Тема 4. Исследование функций одной действительной переменной

Непрерывность функции в точке. Точки разрыва, их классификация. Действия над непрерывными функциями. Свойства функций непрерывных на сегменте. Теорема о существовании обратной функции. Равномерная непрерывность.

Дифференцируемость функции. Связь дифференцируемости с существованием производной. Связь дифференцируемости и непрерывности. Производная и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически и функций, заданных неявно.

Тема 5. Сравнения с переменной

Методы решения сравнений первой степени с одной переменной. Системы сравнений с переменной. Текстовые задачи, решаемые с помощью теории сравнений.

Тема 6. Приложения теории сравнений

Признаки делимости Паскаля. Применение к решению задач. Определение вида систематической дроби при обращении обыкновенной дроби. Вычисление длины предпериода и периода в случае периодической систематической дроби.

Тема 7. Элементы общей алгебры

Подгруппа группы. Циклические группы. Смежные классы группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Нормальные делители, факторгруппа. Теорема о гомоморфизмах. Идеалы кольца. Факторкольцо. Евклидовы кольца.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Процесс обучения дисциплине «Практикум решения задач по высшей математике» рекомендуется строить с опорой на традиционный подход, при котором на практических занятиях ведется работа по усвоению теории и приобретению практических умений и навыков решения типичных задач высшей математики. При проведении занятий полезно связывать изучаемые вопросы с курсом методики обучения математике, создавать проблемные профессиональные ситуации.

С целью формирования у студентов компетенций, предусмотренных программой, следует применять следующие технологии:

- практикум с использованием практико-ориентированных задач;
- технологию деятельностного подхода;
- обучение в сотрудничестве.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

6.1. Организация самостоятельной работы студентов

Тема 1. Конечномерные векторные пространства

Разобрать теорию, решить задачи из пособия 1, 2, 3.

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Клименко К. Г. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики [Электронный ресурс] : практикум / К. Г. Клименко, Е. А. Козловский, Г. В. Левицкая. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2014. — 108 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58151.html>
2. Соловьев И. А., Шевелев В. В., Червяков А. В. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая

геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения. Изд. «Лань».-2009.- 320 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=374)

3. Шеина Г. В. Теория и практика решения задач по алгебре. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. В. Шеина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2015. — 100 с. / Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58226.html>)

Тема 2. Комплексные числа.

Разобрать теорию, решить задачи из пособия 1, 2, 3.

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Клименко К. Г. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики [Электронный ресурс] : практикум / К. Г. Клименко, Е. А. Козловский, Г. В. Левицкая. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2014. — 108 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58151.html>)
2. Соловьев И. А., Шевелев В. В., Червяков А. В. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения. Изд. «Лань».-2009.- 320 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=374)
3. Шеина Г. В. Теория и практика решения задач по алгебре. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. В. Шеина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2015. — 100 с. / Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58226.html>)

Тема 3. Линейные преобразования векторных пространств.

Разобрать теорию, решить задачи из пособия 1, 2, 3.

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Клименко К. Г. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики [Электронный ресурс] : практикум / К. Г. Клименко, Е. А. Козловский, Г. В. Левицкая. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2014. — 108 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58151.html>)
2. Соловьев И. А., Шевелев В. В., Червяков А. В. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения. Изд. «Лань».-2009.- 320 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=374)
3. Шеина Г. В. Теория и практика решения задач по алгебре. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. В. Шеина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2015. — 100 с. / Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58226.html>)

Тема 4. Исследование функций одной действительной переменной (18 часов)

Разобрать теорию, решить задачи из пособия 1, 2, 3.

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Клименко К. Г. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики [Электронный ресурс] : практикум / К. Г. Клименко, Е. А. Козловский, Г. В. Левицкая. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2014. — 108 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58151.html>)
2. Соловьев И. А., Шевелев В. В., Червяков А. В. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения. Изд. «Лань».-2009.- 320 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=374)
3. Шеина Г. В. Теория и практика решения задач по алгебре. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. В. Шеина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2015. — 100 с. / Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58226.html>)

Тема 7. Элементы общей алгебры

Разобрать теорию, решить задачи из пособия 1, 2, 3.

Литература для подготовки к практическому занятию:

Литература для подготовки к практическому занятию:

1. Клименко К. Г. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики [Электронный ресурс] : практикум / К. Г. Клименко, Е. А. Козловский,

- Г. В. Левицкая. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2014. — 108 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58151.html>)
2. Соловьев И. А., Шевелев В. В., Червяков А. В. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения. Изд. «Лань».-2009.- 320 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=374)
3. Шеина Г. В. Теория и практика решения задач по алгебре. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. В. Шеина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2015. — 100 с. / Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58226.html>)

Таблица № 5

Задания и методические указания по организации самостоятельной работы студента

Темы занятий	Количество часов			Содержание самостоятельной работы	Формы контроля СРС
	Всего	Аудиторных	Самостоят. т. работы		
<i>Тема 1. Конечномерные векторные пространства</i>	72	24	48	Проработка теории по учебнику. Подготовка к проверочным работам. Решение домашних задач. Выполнение индивидуального домашнего задания (ИДЗ).	Решение задач у доски. Проверка домашней работы. Проверка проверочных работ. Проверка ИДЗ.
<i>Тема 2. Комплексные числа</i>	12	4	8	Проработка теории по учебнику. Подготовка к проверочной работе. Решение домашних задач. Выполнение индивидуального домашнего задания (ИДЗ).	Решение задач у доски, проверка домашней работы. Проверка проверочной работы. Проверка ИДЗ.
<i>Тема 3. Линейные преобразования векторных пространств</i>	60	20	40	Проработка теории по учебнику. Подготовка к проверочной работе. Решение домашних задач. Выполнение индивидуального домашнего задания (ИДЗ).	Решение задач у доски, проверка домашней работы. Проверка проверочной работы. Проверка ИДЗ.
<i>Тема 4. Исследование функций одной действительной переменной</i>	18	18	-	Проработка теории по учебнику. Решение	Решение задач у доски. Проверка домашней

				домашних задач. Выполнение индивидуального домашнего задания (ИДЗ).	работы. Проверка проверочной работы. Проверка ИДЗ.
Тема 5. Сравнения с переменной	26	10	16	Проработка теории по учебнику. Решение домашних задач. Выполнение индивидуального домашнего задания (ИДЗ).	Решение задач у доски. Проверка домашней работы. Проверка проверочной работы. Проверка ИДЗ.
Тема 6. Приложения теории сравнений	37	14	23	Проработка теории по учебнику. Решение домашних задач. Выполнение индивидуального домашнего задания (ИДЗ).	Решение задач у доски. Проверка домашней работы. Проверка проверочной работы. Проверка ИДЗ.
Тема 7. Элементы общей алгебры	18	14	4	Проработка теории по учебнику. Решение домашних задач. Выполнение индивидуального домашнего задания (ИДЗ). Подготовка к мини-зачёту по теории	Решение задач у доски, проверка домашней работы. Проверка проверочной работы. Проверка ИДЗ. Приём мини-зачёта по теории
Экзамены, зачёт	81		81	Подготовка к экзаменам за шестой и восьмой семестры, к зачёту за 7 семестр	Ответ на экзамене, зачёте
Итого	360	114	246		

6.2. Организация текущего контроля и промежуточной аттестации

Проверка усвоения знаний ведется на практических занятиях в письменной форме (опросы по теории) и устной форме в ходе решения задач у доски. Кроме того, предполагается выполнение индивидуальных домашних контрольных работ.

Примеры индивидуальных домашних работ

Работа № 1

1. В пространстве R^3 задано преобразование φ так:
 $(a; b; c)\varphi = (2a + 5b + 7c; 6a + 3b + 4c; 5a - 2b - 3c)$. Докажите, что φ – линейно.
 Составьте матрицу φ в базисе: $a_1 = (2; 2; 0)$, $a_2 = (0; 1; 1)$, $a_3 = (0; 0; 2)$.

2. В пространстве R^4 задано линейное преобразование φ , матрица которого в базисе $e_1 = (1; 0; 0; 0)$, $e_2 = (0; 1; 0; 0)$, $e_3 = (0; 0; 1; 0)$, $e_4 = (0; 0; 0; 1)$, имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Найти дефект и ядро } \varphi. \text{ Вычислить ранг } \varphi.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования φ ,

заданного в некотором базисе матрицей:
$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ -5 & -7 & -9 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Используя метод ортогонализации, построить ортонормированный базис пространства, порождённого векторами $a_1 = (2; -2; -2; 2)$, $a_2 = (3; -1; -1; 3)$, $a_3 = (2; -2; 0; 4)$.

Работа № 2

1. Решить сравнение $2x^{10} - 3x^8 + 10x^5 - 2x - 1 \equiv 0 \pmod{3}$.

2. Решить во множестве целых чисел уравнение $37x - 29y = 53$.

3. Решить сравнения: $8x \equiv 15 \pmod{12}$; $227x \equiv 344 \pmod{627}$, $11x^{10} \equiv 13 \pmod{73}$; $31^{x-3} \equiv 27 \pmod{73}$.

4. Выяснить, является ли 48 первообразным корнем по модулю 61.

5. Записать каждую из дробей $\frac{1}{80}, \frac{7}{23}, \frac{8}{45}$ в виде десятичной, предварительно охарактеризовав её вид.

Работа № 3

1. Выпишите все подгруппы циклической мультипликативной группы 12-го порядка.

2. Укажите какую-нибудь подгруппу H второго порядка группы S_3 . Найдите левостороннее разложение S_3 по H . Будет ли $H \triangleleft S_3$? Ответ обоснуйте.

3. Пусть A – аддитивная группа, B – мультипликативная группа, h – изоморфизм A на B . Докажите, что если A – абелева группа, то и B – абелева группа.

4. Найти порядок элемента $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$ а) группы C^* , б) группы C .

5. G – мультипликативная группа целых степеней числа 5. Проверить, что целые степени числа 125 образуют подгруппу в G . Составить разложение G по этой подгруппе.

6. Докажите, что аддитивная группа R изоморфна аддитивной группе A , состоящей из матриц вида $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$, $a \in R$ (операция сложения – обычное сложение матриц).

7. Является ли идеалом кольца Z множество? Ответ обоснуйте.

8. Выпишите несколько последовательных элементов идеалов $6Z$ и $8Z$. Составьте их сумму и запишите, какой это идеал кольца Z . Укажите образующий элемент этого идеала. Составьте объединение идеалов: $6Z \cup 8Z$, сравните с суммой $6Z + 8Z$.

9. Покажите, что в кольце целых чисел Z числа, кратные 10, образуют идеал. Составьте смежные классы кольца Z по этому идеалу. Запишите основное множество образующегося факторкольца и составьте таблицы сложения и умножения в нём.

Промежуточная аттестация по данной дисциплине проводится в форме экзамена (6 и 8 семестры) и зачёта с оценкой (7 семестр).

Примеры заданий для проведения экзамена в шестом семестре

1. Найдите стандартное скалярное произведение векторов $(0; -1; -5)$ и $(-6; 1; -1)$.

2. Вычислите длину вектора в арифметическом пространстве со стандартным скалярным умножением $(-2; -2; 0; 1)$.
3. Найти угол между векторами $(1; 1; -1; -1)$ и $(-1; -1; 1; 1)$ в арифметическом пространстве со стандартным скалярным умножением.
4. Используя метод ортогонализации, построить ортонормированный базис пространства, порождённого векторами $a_1 = (2; -2; -2; 2)$, $a_2 = (5; -3; -3; 5)$, $a_3 = (4; -4; -2; 6)$.
5. Какие из приведённых ниже преобразований пространства многочленов одной действительной переменной будут линейными:
 - 1) $f \rightarrow a \cdot f$, $a \in \mathbb{R}$,
 - 2) $f \rightarrow a \cdot f + b$, $a, b \in \mathbb{R}$
 - 3) дифференцирование,
 - 4) интегрирование?
6. Какие из приведённых ниже преобразований пространства будут линейными:
 - 1) симметрия относительно фиксированной плоскости,
 - 2) центральная симметрия относительно фиксированной точки пространства,
 - 3) параллельный перенос на некоторый фиксированный вектор,
 - 4) гомотетия с центром в некоторой фиксированной точке плоскости и произвольным действительным коэффициентом?
7. Какие из преобразований пространства $\mathbb{R}^3$ будут линейными:
 - 1) $(x_1; x_2; x_3) \rightarrow (x_1; -x_2; x_3)$,
 - 2) $(x_1; x_2; x_3) \rightarrow (x_1 - 1; x_2 - 1; x_3)$,
 - 3) $(x_1; x_2; x_3) \rightarrow (x_1 \cdot x_2; x_2; x_3)$,
 - 4) $(x_1; x_2; x_3) \rightarrow (x_3; x_2; x_1)$?
8. Линейное преобразование переводит векторы базиса e_1, e_2, e_3 соответственно в векторы $2e_2, 3e_3, e_1$. Составьте матрицу этого преобразования в первоначальном базисе.
9. Как изменится матрица линейного преобразования, если векторы базиса записать в обратном порядке?
10. Как изменится матрица линейного преобразования, если поменять местами первый и предпоследний векторы базиса?
11. Вектор a и имеет в некотором базисе пространства $\mathbb{R}^3$ строку $a = (1; 2; 0)$, а

линейное преобразование имеет в том же базисе матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$. Найти

координатную строку образа вектора a в том же базисе.

12. Пусть $z_1 = -1 - 2i$, $z_2 = 5 + 2,5i$, и K, A – точки, изображающие эти числа на плоскости. Найдите все числа z , такие, что изображающая их точка M лежит на прямой AK , причём $KM = 2 \cdot AM$.
13. Пусть $z_1 = -1 - 2i$, $z_2 = 5 + 2,5i$. Рассмотрим множество T комплексных чисел z , таких, что $\left| \frac{z - z_1}{z - z_2} \right| \geq 2$. Найдите наименьшее значение $|z|$ для $z \in T$.

Примеры заданий для проведения зачёта в седьмом семестре

1. Решить сравнение $6x^{12} + 2x^{10} - 8x^7 + x^3 - 2x + 1 \equiv 0 \pmod{5}$.
2. Решить во множестве целых чисел уравнение $27x + 31y = 29$.

3. Решить сравнения: а) $15x \equiv 70 \pmod{27}$; б) $41x \equiv 7 \pmod{101}$? используя свойства подходящих дробей.
4. С помощью таблиц индексов решить сравнения: $37x^{12} \equiv 39 \pmod{67}$; $56^x \equiv 30 \pmod{73}$.
5. С помощью таблиц индексов найти остаток от деления 49^{52} на 23.
6. Записать каждую из дробей $\frac{3}{40}, \frac{7}{13}, \frac{1}{18}$ в виде десятичной, предварительно охарактеризовав её вид.

Примеры заданий для проведения экзамена в восьмом семестре

1. Составить циклическую подгруппу A третьего порядка группы S_3 .
2. Покажите, что группа R изоморфна группе R^+ .
3. Найти порядок элемента $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ в группе C^* .
4. G – аддитивная циклическая группа 9-го порядка. Составьте левые смежные классы группы G по подгруппе H третьего порядка. Запишите факторгруппу G по H .
5. Покажите, что если a – рациональное число ($a \neq 0$), то отображение $\psi(x) = ax$ является изоморфным отображением группы Q на себя.
6. Является ли идеалом кольца $K = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & a_3 \end{pmatrix} \middle| a_i \in \mathbb{R} \right\}$ множество $A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & a \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \middle| a \in \mathbb{R} \right\}$? Ответ обоснуйте.
7. Выпишите несколько последовательных элементов идеалов $12\mathbb{Z}$ и $15\mathbb{Z}$. Составьте их сумму и запишите, какой это идеал кольца $\mathbb{Z}$. Укажите образующий элемент этого идеала. Составьте объединение идеалов: $12\mathbb{Z} \cup 15\mathbb{Z}$, сравните с суммой $12\mathbb{Z} + 15\mathbb{Z}$.
8. Покажите, что в кольце целых чисел $\mathbb{Z}$ числа, кратные 8, образуют идеал. Составьте смежные классы кольца $\mathbb{Z}$ по этому идеалу. Запишите основное множество образующегося факторкольца и составьте таблицы сложения и умножения в нём.

Критерии оценки ответа студента на экзамене:

За ответ на зачёте ставится оценка:

«отлично», если:

- все задачи, предложенные студенту, решены верно,
- все задачи, предложенные студенту, решены и решения не содержат грубых ошибок.

«хорошо», если:

- задачи в целом решены, но имеются 1-2 ошибки вычислительного характера;

«удовлетворительно», если:

- решена только часть задач (больше половины), в некоторых решение не закончено.

«неудовлетворительно», если:

- студент решил менее половины предложенных задач.

Критерии оценки ответа студента на зачёте:

Зачёт проводится по решению задач – в форме контрольной работы.

За ответ на зачёте ставится оценка:

«отлично», если:

- все задачи, предложенные студенту, решены верно;

«хорошо», если:

- задачи в целом решены, но имеются 1-2 ошибки вычислительного характера;

«удовлетворительно», если:

- решена только часть задач (больше половины), в некоторых решение не закончено. «неудовлетворительно», если:
- студент решил менее половины предложенных задач.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Клименко К. Г. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики [Электронный ресурс] : практикум / К. Г. Клименко, Е. А. Козловский, Г. В. Левицкая. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2014. — 108 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58151.html>)
2. Петрушко И. М. Сборник задач и типовых расчетов по высшей математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И. М. Петрушко, А. И. Бараненков, Е. П. Богомолова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 240 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/310>)
3. Шеина Г. В. Теория и практика решения задач по алгебре. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. В. Шеина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2015. — 100 с. / Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58226.html>)
4. Шеина Г. В. Теория и практика решения задач по алгебре. Часть 2 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. В. Шеина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский педагогический государственный университет, 2015. — 120 с. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/70155.html>)

Дополнительная литература

1. Соловьев И. А., Шевелев В. В., Червяков А. В. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения. Изд. «Лань».-2009.- 320 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=374)

Сетевые ресурсы

http://www.gaudeamus.omskcity.com/PDF_library_natural-science.html

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Лекционная аудитория – 211 А.
2. Доска, мел.
3. Мультимедиа-проектор.